# Vektorregning og geometri i planen

***Kapitel 4 side 76-131***

**Def:** vektor har både retning og længde.
En vektor kan parallelforskydes, dvs. afsættes fra et vilkårligt punkt.

**Notation:** pil henover symbolet, f.eks. $\vec{a}$

**Koordinater:** $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$

**Regneoperationer:** sum $\vec{a} + \vec{b}$, faktor $k\vec{a}$, modsatte vektor $-\vec{a}$, differens $\vec{b} - \vec{a}$
Regner koordinatvis.
*Geometrisk:* sum svarer til kræfternes parallelogram

**Regneregler:** kommutative lov, associative lov, distributive love gælder(side 86)

**Stedvektor:** $\overrightarrow{OP}$ har samme koordinater som punktet $P$

**Vektor mellem 2 punkter:** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{bmatrix}$

**Indskudsreglen:** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ (man kan indskyde et vilkårligt punkt $B$,jvf. sum af 2 vektorer)

**Afstand mellem 2 punkter:** $dist(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$
(kommer direkte fra Pythagoras' sætning)
• Formel for *punktet midt* mellem 2 punkter
• Formel for *medianernes* skæringspunkt

**Opløsning af vektor efter 2 retninger:** $\vec{c} = s\vec{a} + t\vec{b}$
(komposanterne er $s\vec{a}$ og $t\vec{b}$)

**Skalarproduktet (prikproduktet):** $\vec{a} \bullet \vec{b} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$

**Regneregler for skalarprodukt):** side 100 sætning 24

**Vinkel mellem 2 vektorer:** $\cos(v) = \dfrac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

**Ortogonale vektorer:** $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \bullet \vec{b} = 0$

**Projektion af $\vec{a}$ på $\vec{b}$:** $\vec{a}_{\vec{b}} = \left(\dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b}$

**Tværvektor ($\vec{a}$ drejet 90 grader):** $\hat{\vec{a}} = \overbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{bmatrix}$

**Determinanten af $\vec{a}$ og $\vec{b}$:** $det(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$

**Parallelle vektorer:** $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow det(\vec{a}, \vec{b}) = 0$

**Regneregler determinant:** side 110 sætning 30

**Areal af parallelogram:** $|det(\vec{a}, \vec{b})|$

**Carlsberg-formlen:** løsning af 2 lineære ligninger med 2 ubekendte
$a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1$ og $a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2$

$$(x, y) = \left( \frac{det\begin{bmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{bmatrix}}{det\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}}, \frac{det\begin{bmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{bmatrix}}{det\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}} \right)$$

**Ret linje: $\vec{n}$ normalvektor (ligning), $\vec{r}$ retningsvektor (parameterfremstilling)**
$a \cdot (x - x_0) + b \cdot (y - y_0) = 0 \Leftrightarrow a \cdot x + b \cdot y + c = 0$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}$$

**Vinkel mellem 2 linjer = vinkel mellem normalvektorerne eller mellem retningsvektorerne.**

**Skæring mellem 2 linjer:**
a) hvis 2 ligninger, så brug Carlsberg-formlen
b) hvis 2 parameterfremstillinger, så sættes de 2 parameterfremstillinger lig hinanden, ...
c) hvis 1 ligning + 1 parameterfremstilling, så indsættes parameterfremstillingen i ligningen

**Projektion af punkt på linje:** laver en parameterfremstilling for normalen gennem punktet, og finder så skæringen mellem de 2 linjer

**Afstand fra punkt til linje:** $dist(Q, l) = \dfrac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

hvor punktet $Q = (x_0, y_0)$ og linjen $l$ med ligningen $a \cdot x + b \cdot y + c$

**Cirklens ligning:** $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$
hvor centrum $C = (x_0, y_0)$ og radius $= r$

NB: tangenten står vinkelret på linjen/vektoren gennem centrum og røringspunktet