

## Hjemmeopgavesæt nr. 12 i matematik

Opgaverne bygger på projektet om **enzym-kinetik** på biotek-studieretningen MA og BT:  
[steen-toft.dk/mat/enzym/](http://steen-toft.dk/mat/enzym/)

Specielt arbejdet med differentiallyigninger og differentiallyigningssystemer i Maple.

Opgaven skal laves som **gruppeaflevering**. Én fra gruppen afleverer PDF-besvarelsen i Lectio.

### Med hjælpemidler

#### Opgave 1: *n*. ordens reaktion

Opgave 1 bygger på dette skema i Wikipedia:

[en.wikipedia.org/wiki/Rate\\_equation#Summary\\_for\\_reaction\\_orders\\_0.2C\\_1.2C\\_2.2C\\_and\\_n](http://en.wikipedia.org/wiki/Rate_equation#Summary_for_reaction_orders_0.2C_1.2C_2.2C_and_n)

I timerne har vi regnet i Maple og vi har bevist løsnings-formlerne for 0., 1. og 2. orden.

Opgaven her er så at se på **løsningsformlen for n. orden** (n helt tal på mindst 2).

- Start med at opskrive differentiallyigningen for en n. ordens reaktion. Løs den med *dsolve* i Maple.
- Gør prøve med håndkraft, dvs. vis at Maple-løsningen passer ved at indsætte udtrykket i begge sider af differentiallyigningen.
- Omskriv Maple-løsningen, så den er identisk med løsningen i Wikipedia-artiklen.

#### Opgave 2: 2. ordens reaktion

Opgave 2 er fra opgave 73 side 141 i lærebogen ”Kemi 2000, A-niveau 2”.

Opgaven drejer sig om forsæbningen af eddikesyreethylester.

Ved forsøg er der bestemt følgende sammenhæng mellem tid *t* og koncentration af OH<sup>-</sup>.

<i>t</i> (min)	0.0	4.0	9.0	15.0	37.0	83.0	143.0
[OH <sup>-</sup> ] (M)	0.0500	0.0441	0.0386	0.0337	0.0228	0.0136	0.0089

- Påvis, at der er tale om en 2. ordens reaktion.
- Bestem hastighedskonstanten *k*.

#### Opgave 3: Lotka-Volterra rovdyr/byttedyr model

Opgave 3 bygger på denne artikel i Wikipedia: [en.wikipedia.org/wiki/Lotka-Volterra\\_equation](http://en.wikipedia.org/wiki/Lotka-Volterra_equation)

Lotka-Volterra-modellen beskriver udviklingen i antal byttedyr ( $x$ ) og antal rovdyr ( $y$ ).  
Der er tale om 2 koblede differentialligninger, som man ikke bare sådan kan løse eksakt!  
Det viser sig, at antal rovdyr og antal byttedyr svinger hele tiden.

**a)** Der findes en (ikke-triviel) *stabil løsning* til systemet. Dvs. en løsning, hvor  $x$  og  $y$  er konstante.  
Angiv denne løsning udtrykt ved de indgående parametre ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ) i differentialligningssystemet.

**b)** Løs differentialligningssystemet med følgende betingelser:

*Startværdier:*  $x(0) = 7$  og  $y(0) = 3$

*Parametre:*  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\delta = 0.25$

Løsningen kan ikke beregnes eksakt, og skal derfor løses numerisk (tilnærmet), som vi gjorde i Michaelis-Menten modellen. Se metoden på: <http://steen-toft.dk/mat/enzym/>  
Plot  $x$  som funktion af  $t$ ,  $y$  som funktion af  $t$ , og en fælles graf med begge funktioner på.  
Plot også en graf, hvor  $x(t)$  er på 1.aksen og  $y(t)$  er på 2. aksens.  
Sammenlign graferne med Wikipedia-artiklens grafer.

På Pearson Addison-Wesley websitet: [www.aw-bc.com/ide/idefiles/media/JavaTools/popltkvl.html](http://www.aw-bc.com/ide/idefiles/media/JavaTools/popltkvl.html)  
kan man interaktivt køre Lotka-Volterra-modellen.

**c)** Beskriv i et skema hvilke variable og parametre, der svarer til hinanden, når notationen på Pearson Addison-Wesley websitet sammenlignes med Wikipedia-artiklen.

**d)** Kør eksemplet i (b) på det interaktive Pearson Addison-Wesley website. Med fingerfærdighed kan man starte med samme startværdier som i (b)!  
Dokumenter med skærmbild.  
Ligner løsningen her den løsning, som I fandt i (b)?