

Vækstegenskaber for 4 funktionstyper

Absolut og relativ (procentisk) tilvækst

Absolut tilvækst i x, absolut tilvækst i y	$\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$
Absolut tilvækst i x, relativ tilvækst i y	$\frac{\Delta y}{y} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{f(x_0)} = \frac{f(x_0 + h)}{f(x_0)} - 1$
Relativ tilvækst i x, absolut tilvækst i y	$\Delta y = f(x_0 \cdot k) - f(x_0)$
Relativ tilvækst i x, relativ tilvækst i y	$\frac{\Delta y}{y} = \frac{f(x_0 \cdot k) - f(x_0)}{f(x_0)} = \frac{f(x_0 \cdot k)}{f(x_0)} - 1$

Lineær funktion $f(x) = a \cdot x + b$

Egenskab: samme absolutte tilvækst i x, giver samme absolutte tilvækst i y.

Bevis:

$$\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0) = (a \cdot (x_0 + h) + b) - (a \cdot x_0 + b) = a \cdot x_0 + a \cdot h + b - a \cdot x_0 - b = a \cdot h$$

Dvs. den absolutte tilvækst i funktionen er således uafhængig af x_0 .

Ekspontiel funktion $f(x) = b \cdot a^x$

Egenskab: samme absolutte tilvækst i x, giver samme relativ tilvækst i y.

Bevis:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{f(x_0)} = \frac{f(x_0 + h)}{f(x_0)} - 1 = \frac{b \cdot a^{x_0 + h}}{b \cdot a^{x_0}} - 1 = \frac{b \cdot a^{x_0} \cdot a^h}{b \cdot a^{x_0}} - 1 = a^h - 1$$

┌ Dvs. den **relative** tilvækst i funktionen er således uafhængig af x_0 .

▼ Potens funktion $f(x) = b \cdot x^a$

Egenskab: samme **relative** tilvækst i x , giver samme **relative** tilvækst i y .

Bevis:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{f(x_0 \cdot k) - f(x_0)}{f(x_0)} = \frac{f(x_0 \cdot k)}{f(x_0)} - 1 = \frac{b \cdot (x_0 \cdot k)^a}{b \cdot x_0^a} - 1 =$$

$$\frac{b \cdot x_0^a \cdot k^a}{b \cdot x_0^a} - 1 = k^a - 1$$

┌ Dvs. den **relative** tilvækst i funktionen er således uafhængig af x_0 .

▼ Logaritmisk funktion $f(x) = \log(a \cdot x)$

Egenskab: samme **relative** tilvækst i x , giver samme **absolutte** tilvækst i y .

Bevis:

$$\Delta y = f(x_0 \cdot k) - f(x_0) = \log(a \cdot (x_0 \cdot k)) - \log(a \cdot x_0) =$$

$$\log(a \cdot x_0 \cdot k) - \log(a \cdot x_0) = \log(a \cdot x_0) + \log(k) - \log(a \cdot x_0) = \mathbf{\log(k)}$$

┌ Dvs. den **absolutte** tilvækst i funktionen er således uafhængig af x_0 .