OPTIMERING

Eksempel 5.3 i iBog B2

https://matb2stx.systime.dk/?id=c2751

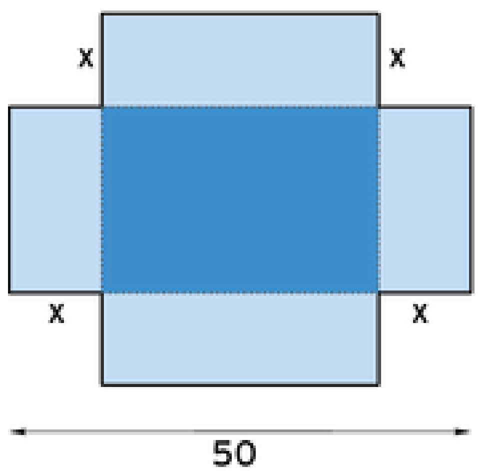


Fig. 5.6

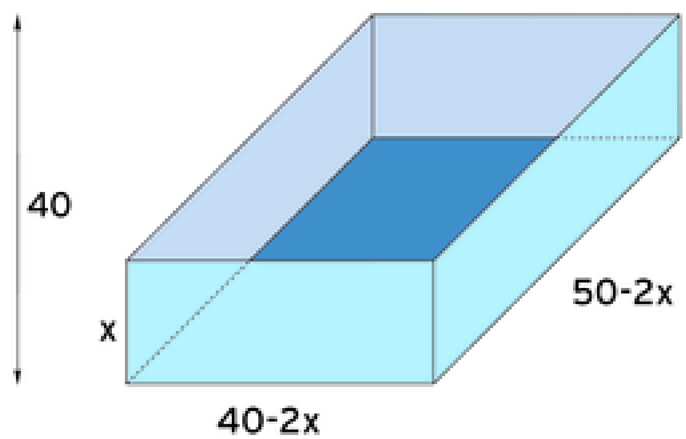


Fig. 5.7

Ønsker at bestemme det størst mulige volumen (uden låg), når der skæres x af hvert hjørne.

Alle mål er i cm.

> *restart*

Volumen:

> $V := x \rightarrow x \cdot (40 - 2 \cdot x) \cdot (50 - 2 \cdot x)$

$$V := x \rightarrow x\,(40 - 2\,x)\,(50 - 2\,x) \tag{1.1}$$

> $expand(V(x))$

$$4\,x^3 - 180\,x^2 + 2000\,x \tag{1.2}$$

Definitionsmængden

Dvs. hvilke x-værdier giver mening?

Alle 3 sider skal være positive, derfor skal $\boldsymbol{x \in]0; 20[}$

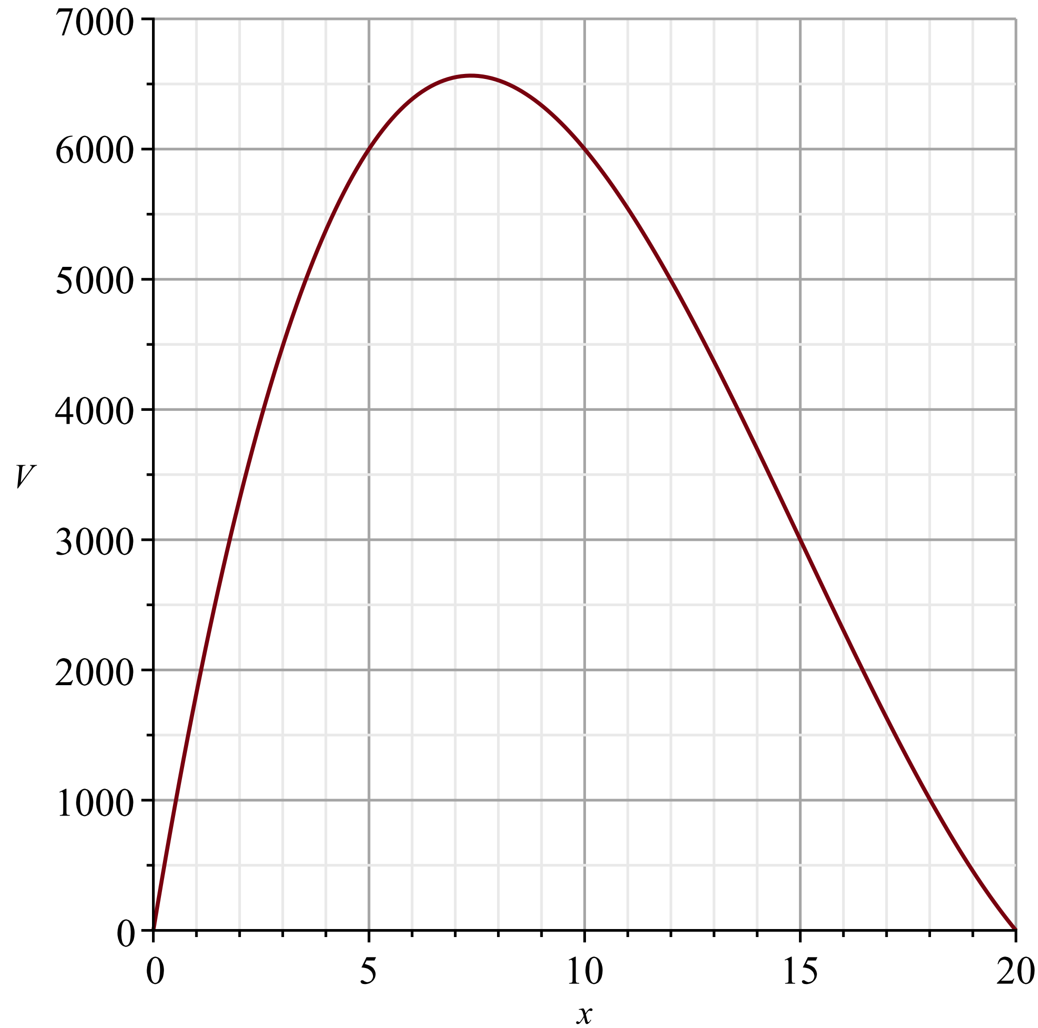
0 er højden, som jo naturligvis skal være positiv.
Og der kan maksimalt skæres 20 cm af hvert hjørne, for så vil siden $40 - 2 \cdot x$ blive 0.

> $solve(\{x > 0, 40 - 2 \cdot x > 0, 50 - 2 \cdot x > 0\}, x)$

$$\{0 < x, x < 20\} \tag{1.1.1}$$

Grafen tegnes kun indenfor **definitionsmængden**!

> $plot(V(x), x = 0..20, V = 0..7000, gridlines)$



Det ses tydeligt, at der må være et **maksimum** omkring 7 til 8 i x.

Maksimum fundet via monotoniforhold

> $solve(\{V'(x) = 0, x > 0, x < 20\}, x)$

$$\left\{x = 15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}\right\} \quad \textbf{(1.2.1)}$$

> $evalf(\%)$

$$\{x = 7.362373840\} \quad \textbf{(1.2.2)}$$

> $solve(\{V'(x) > 0, x > 0, x < 20\}, x);\ evalf(\%)$

$$\left\{0 < x, x < 15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}\right\}$$

$$\{0. < x, x < 7.362373840\} \quad \textbf{(1.2.3)}$$

> $solve(\{V'(x) < 0, x > 0, x < 20\}, x);\ evalf(\%)$

$$\left\{x < 20, 15 - \frac{5}{3}\sqrt{21} < x\right\}$$

$$\{7.362373840 < x, x < 20.\} \quad \textbf{(1.2.4)}$$

Monotoniforhold:
$V(x)$ er voksende i intervallet]0;7.362], dvs. $0 < x \leq 7.362$

$V(x)$ er aftagende i intervallet [7.362;20[, dvs. $7.362 \le x < 20$

Hvordan suger man løsningen ud af svaret her?

> $xMAX := rhs(\textbf{(1.2.1)}[1]);\ evalf(\%)$

$$xMAX := 15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}$$

$$7.362373840 \tag{1.2.5}$$

> $VMAX := V(xMAX);\ evalf(\%)$

$$VMAX := \left(15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}\right)\left(10 + \frac{10}{3}\sqrt{21}\right)\left(20 + \frac{10}{3}\sqrt{21}\right)$$

$$6564.225541 \tag{1.2.6}$$

Beregner de 2 sider (bredde og længde):

> $40 - 2\cdot xMAX;\ evalf(\%)$

$$10 + \frac{10}{3}\sqrt{21}$$

$$25.27525232 \tag{1.2.7}$$

> $50 - 2\cdot xMAX;\ evalf(\%)$

$$20 + \frac{10}{3}\sqrt{21}$$

$$35.27525232 \tag{1.2.8}$$

Konklusion: kassen har størst volumen, når $x \approx 7.36\ cm$, og det maksimale volumen er ca. $6564\ cm^3$

Siderne i kassen bliver så $længde \approx 35.28\ cm$ og $bredde \approx 25.28\ cm$ og $højde \approx 7.36\ cm$

Maksimum fundet via "maximize"

> $maximize(V(x), x = 0..20, location)$

$$\left(15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}\right)\left(10 + \frac{10}{3}\sqrt{21}\right)\left(20 + \frac{10}{3}\sqrt{21}\right), \left\{\left[\left\{x = 15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}\right\}, \left(15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}\right)\left(10 + \frac{10}{3}\sqrt{21}\right)\left(20 + \frac{10}{3}\sqrt{21}\right)\right]\right\} \tag{1.3.1}$$

> $evalf(\%)$

$$6564.225541,\ \{[\{x = 7.362373840\},\ 6564.225541]\} \tag{1.3.2}$$

Hvordan suger man løsningen ud af svaret her?

> $xMAX := rhs(\textbf{(1.3.1)}[2, 1, 1, 1]);\ evalf(\%)$

$$xMAX := 15 - \frac{5}{3}\sqrt{21}$$

$$7.362373840 \tag{1.3.3}$$

> $VMAX := \textbf{(1.3.2)}[1];\ evalf(\%)$

$$VMAX := 6564.225541$$

$$6564.225541 \tag{1.3.4}$$

> $40 - 2\cdot xMAX;\ evalf(\%)$

$$10 + \frac{10}{3}\sqrt{21}$$

$$25.27525232 \tag{1.3.5}$$

> $50 - 2 \cdot xMAX$; $evalf(\%)$

$$20 + \frac{10}{3}\sqrt{21}$$

$$35.27525232 \tag{1.3.6}$$

Konklusion: kassen har størst volumen, når $\underline{\underline{x \approx 7.36\ cm}}$, og det maksimale volumen er ca. $\underline{\underline{6564\ cm^3}}$

Siderne i kassen bliver så $\underline{\underline{længde \approx 35.28\ cm}}$ og $\underline{\underline{bredde \approx 25.28\ cm}}$ og $\underline{\underline{højde \approx 7.36\ cm}}$