

# ØKONOMI

<https://matb2stx.systeme.dk/?id=p481>

## Eksempel 5.8 + 5.9 i iBog B2

> restart

> with(plots) :

**Omkostningen  $OMK(x)$ :**

>  $OMK(x) := 0.02 \cdot x^2 + 40 \cdot x + 32000$

$$OMK := x \rightarrow 0.02 x^2 + 40 x + 32000 \quad (1)$$

**Grænseomkostningen  $OMK'(x)$ :**

>  $OMK'(x)$

$$0.04 x + 40 \quad (2)$$

**Omsætningen  $OMS(x)$ :**

>  $OMS(x) := -0.08 \cdot x^2 + 220 \cdot x$

$$OMS := x \rightarrow (-1) \cdot 0.08 x^2 + 220 x \quad (3)$$

**Grænseomsætningen  $OMS'(x)$ :**

>  $OMS'(x)$

$$-0.16 x + 220 \quad (4)$$

**Avancen  $AVANCE(x) = OMS(x) - OMK(x)$ :**

>  $AVANCE := OMS - OMK :$

>  $AVANCE(x)$

$$-0.10 x^2 + 180 x - 32000 \quad (5)$$

>  $solve(AVANCE(x) = 0, x)$

$$200., 1600. \quad (6)$$

>  $solve(AVANCE'(x) = 0, x)$

$$900. \quad (7)$$

**$AVANCE$  er maksimal, når  $x = 900$ .**

Det er midt imellem de 2 nulpunkter for 2. grads polynomiet.

>  $OMK'(900)$

$$76.00 \quad (8)$$

>  $OMS'(900)$

$$76.00 \quad (9)$$

Dvs. når **avancen** er maksimal, så er **grænseomsætningen = grænseomkostningen**.

**Bevis:**

$$AVANCE(x) = OMS(x) - OMK(x) \Rightarrow$$

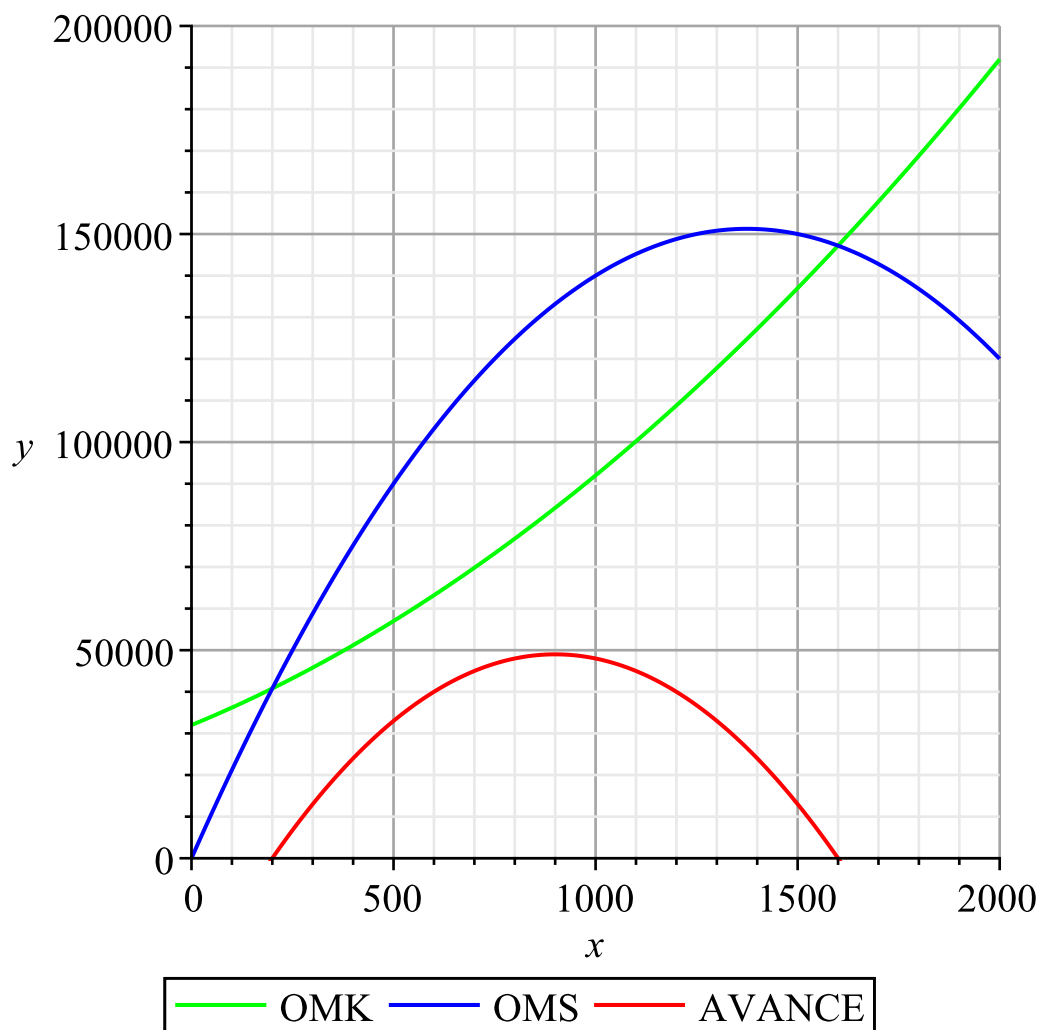
$$AVANCE'(x) = OMS'(x) - OMK'(x)$$

$$\text{Når } AVANCE(x) \text{ er maksimal, er } AVANCE'(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$OMS'(x) - OMK'(x) = 0 \Leftrightarrow OMS'(x) = OMK'(x)$$

Grafer over de 3 funktioner:

```
> with(plots) :
plotOMK := plot(OMK(x), x=0..2000, y=0..200000, color=green, gridlines, legend
="OMK") :
plotOMS := plot(OMS(x), x=0..2000, y=0..200000, color=blue, gridlines, legend
="OMS") :
plotAVANCE := plot(AVANCE(x), x=0..2000, y=0..200000, color=red, gridlines, legend
="AVANCE") :
display(plotOMK, plotOMS, plotAVANCE)
```



Tangenter i  $x = 900$  (punktet, hvor *AVANCE* er maksimal):

$$\begin{aligned} > tOMK &:= OMK(900) + OMK'(900) \cdot (x - 900) \\ & \qquad \qquad \qquad tOMK := 15800.00 + 76.00 x \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} > tOMS &:= OMS(900) + OMS'(900) \cdot (x - 900) \\ & \qquad \qquad \qquad tOMS := 64800.00 + 76.00 x \end{aligned} \quad (11)$$

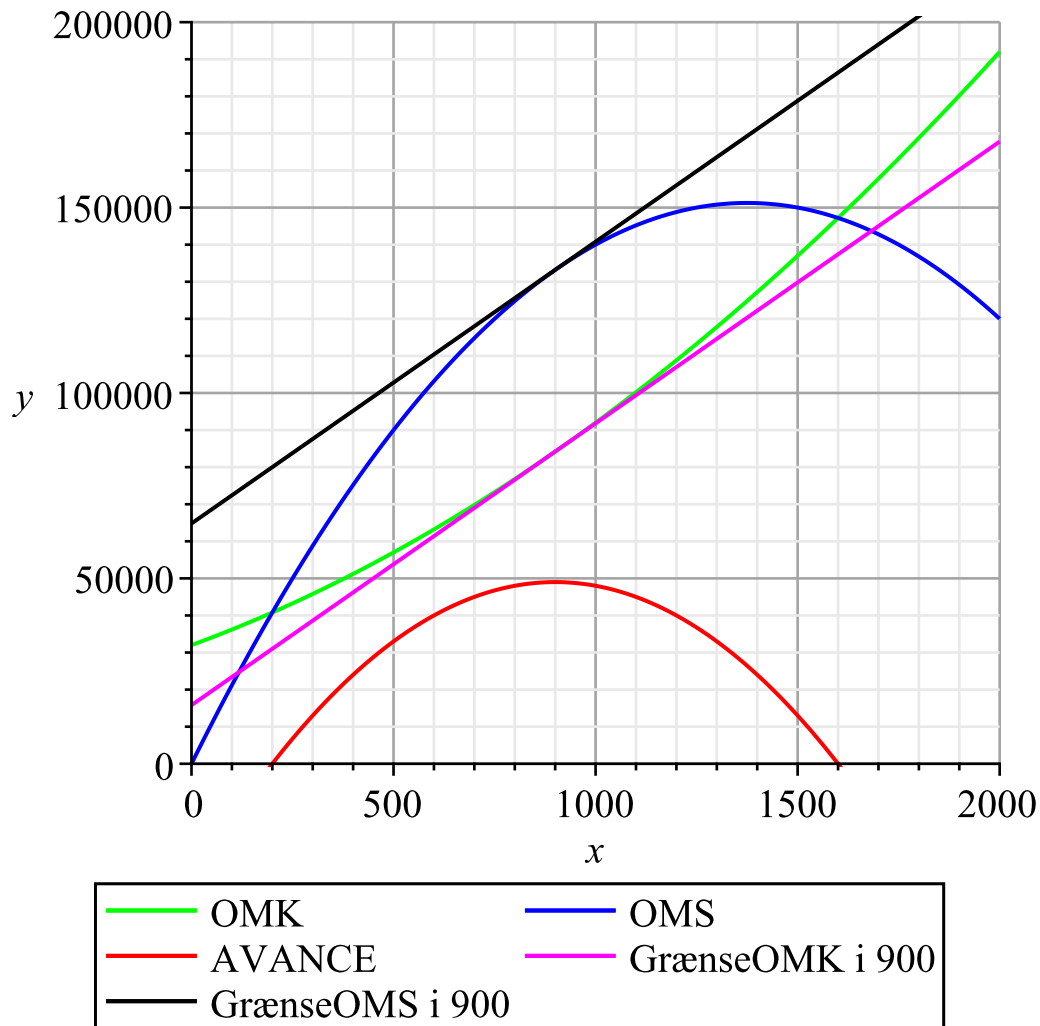
Grafer over de 5 funktioner:

```
> plotOMK := plot(OMK(x), x=0..2000, y=0..200000, color=green, gridlines, legend
="OMK") :
plotOMS := plot(OMS(x), x=0..2000, y=0..200000, color=blue, gridlines, legend
="OMS") :
plotAVANCE := plot(AVANCE(x), x=0..2000, y=0..200000, color=red, gridlines, legend
="AVANCE") :
plottOMK := plot(tOMK(x), x=0..2000, y=0..200000, color=magenta, gridlines, legend
="GrænseOMK i 900") :
```

```

plottOMS := plot(tOMS(x), x=0..2000, y=0..200000, color=black, gridlines, legend
="GrænseOMS i 900") :
display(plotOMK, plotOMS, plotAVANCE, plottOMK, plottOMS)

```



Dvs. når **avancen** er maksimal, så er **grænseomsætningen = grænseomkostningen**.

De 2 tangenter er *parallelle*!

**Enhedsomkostningen  $G_{OMK}$  (gennemsnitlige omkostning):**

$$> G_{OMK}(x) := \frac{OMK(x)}{x} :$$

$$> G_{OMK}(x)$$

$$\frac{0.02x^2 + 40x + 32000}{x}$$

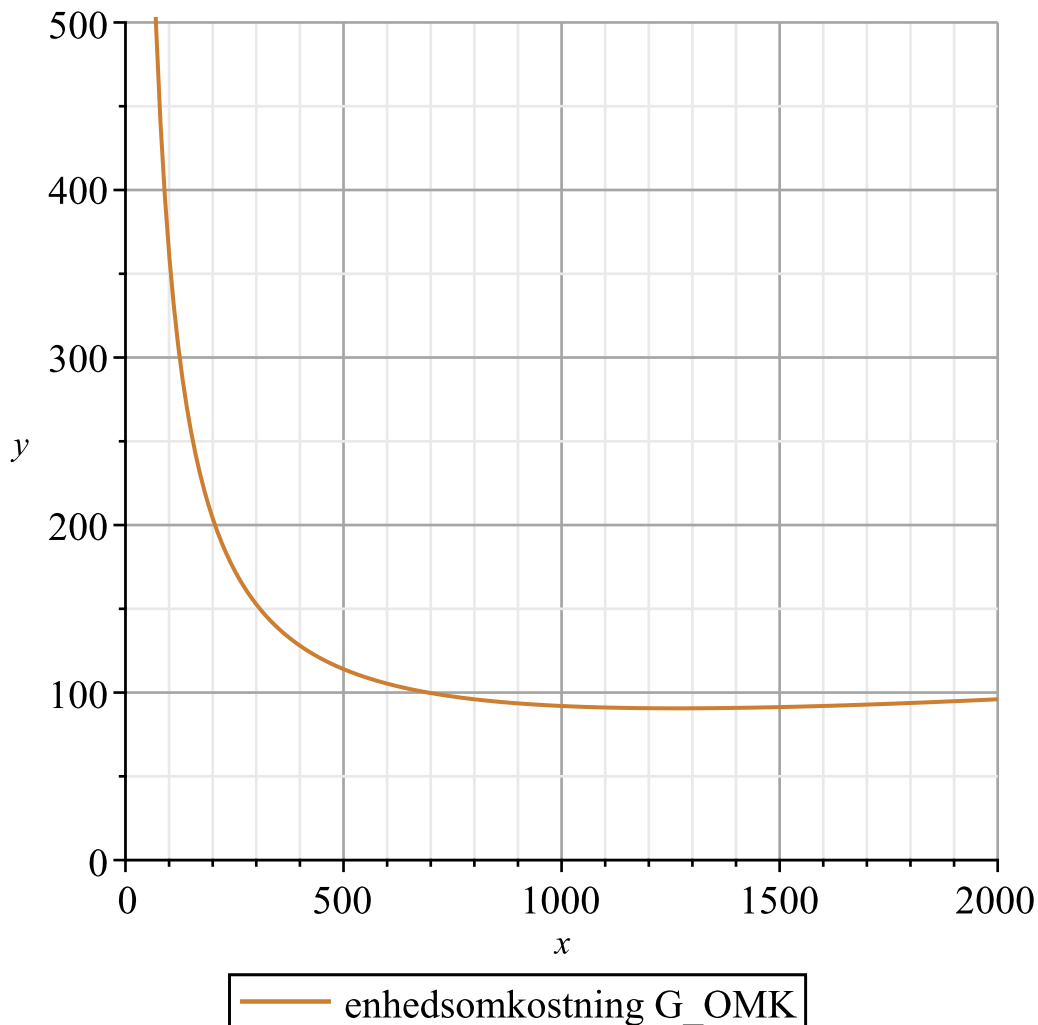
(12)

Graf over enhedsomkostning:

```

> plot(G_OMK(x), x=0..2000, y=0..500, color=gold, gridlines, legend
="enhedsomkostning G_OMK")

```



Grænseomkostningen aftager stærkt i starten, vokser så senere svagt.

Minimale enhedsomkostninger?

```
> solve( {G_OMK'(x) = 0, x > 0}, x)
```

```
{x = 1264.911064}
```

(13)

```
> xMIN := rhs((13)[1])
```

```
xMIN := 1264.911064
```

(14)

eller:

```
> minimize(G_OMK(x), x > 0, location)
```

```
90.59644256, {[x = 1264.911064], 90.59644256}
```

(15)

Linje gennem origo og det minimale punkt.

```
> tMIN := G_OMK(xMIN) · x
```

```
tMIN := 90.59644260 x
```

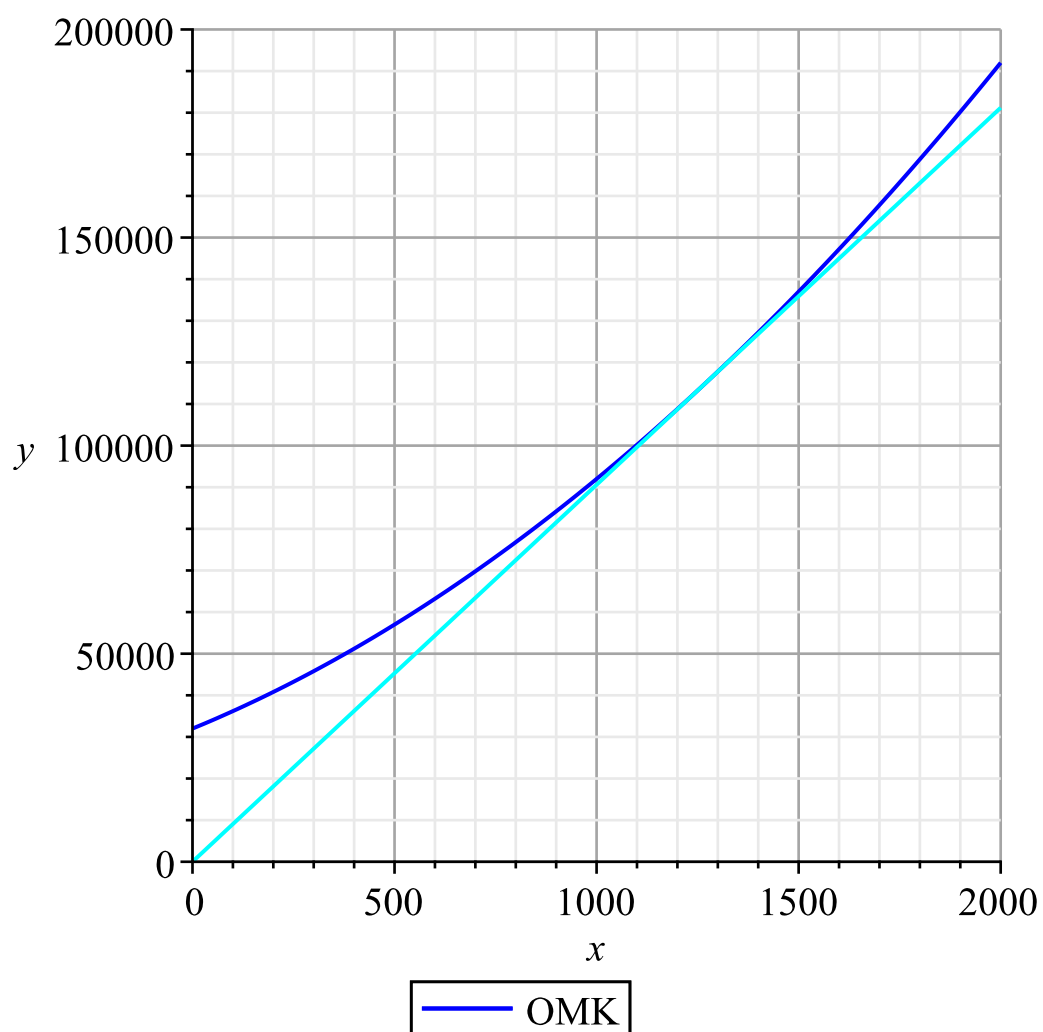
(16)

Graf over omkostningen (blå) og enhedsomkostningen (cyan) på det sted, hvor enhedsomkostningen er minimal.

```
> plotOMK := plot(OMK(x), x = 0 .. 2000, y = 0 .. 200000, color = blue, gridlines, legend = "OMK") :
```

```
plottMIN := plot(tMIN, x = 0 .. 2000, y = 0 .. 200000, color = cyan, gridlines) :
```

```
display(plotOMK, plottMIN)
```



>  $G_{OMK}(xMIN)$

90.59644260

(17)

>  $OMK'(xMIN)$

90.59644256

(18)

Når enhedsomkostningen er minimal, så er den lig med grænseomkostningen!

Dvs. den cyan-farvede linje gennem origo og det minimale punkt er også tangent.