Trigonometriske indentiteter

Formel: $\cos(t) = 1 - 2\cdot\left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2$

Den slags formler kan man f.eks. finde på **Wikipedia**:
• http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_trigonometric_identities
• http://en.wikipedia.org/wiki/Proofs_of_trigonometric_identities

Bevis for formlen:

Man udnytter simpelthen den komplekse skrivemåde: $e^{i\cdot t} = \cos(t) + i\cdot\sin(t)$

$\left(e^{i\cdot\frac{t}{2}}\right)^2$ udregnes på 2 måder:

Ene måde: $\left(e^{i\cdot\frac{t}{2}}\right)^2 = e^{i\cdot\frac{t}{2}\cdot 2} = e^{i\cdot t} = \cos(t) + i\cdot\sin(t)$ *ved brug af potensregneregel*

Anden måde:

$$\left(e^{i\cdot\frac{t}{2}}\right)^2 = \left(\cos\left(\frac{t}{2}\right) + i\cdot\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 = \left(\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 + \left(i\cdot\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 + 2\cdot\cos\left(\frac{t}{2}\right)\cdot\left(i\cdot\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)$$

$$= \left(\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 - \left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 + i\cdot 2\cdot\cos\left(\frac{t}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{t}{2}\right)$$ *ved brug af kvadratsætning*

Realdelen og **imaginærdelen** skal stemme overens, dvs.:

Realdelen:
• $\cos(t) =$

$$\left(\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 - \left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 \Leftrightarrow \cos(t) = \left(\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 + \left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 - 2\cdot\left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2 \Leftrightarrow$$

$\cos(t) = 1 - 2\cdot\left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)^2$ *idet man udnytter, at* $(\cos(t))^2 + (\sin(t))^2 = 1$

Imaginærdelen:
• $\sin(t) = 2\cdot\cos\left(\frac{t}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{t}{2}\right)$