Tegning af 2D-parametriseret område

Anvendelse af Integrator8-pakken

Dobbeltintegraler med ikke-faste grænser

Eksemplerne er fra Maple-demo 24a_Planintegral

Kortfattet oversigt over kommandoerne i Integrator8-pakken kan findes på Steens hjemmeside:
http://steen-toft.dk/mat/dtu/20102011/int8_kom.pdf

Plot af parametriseret område i planen (2D)

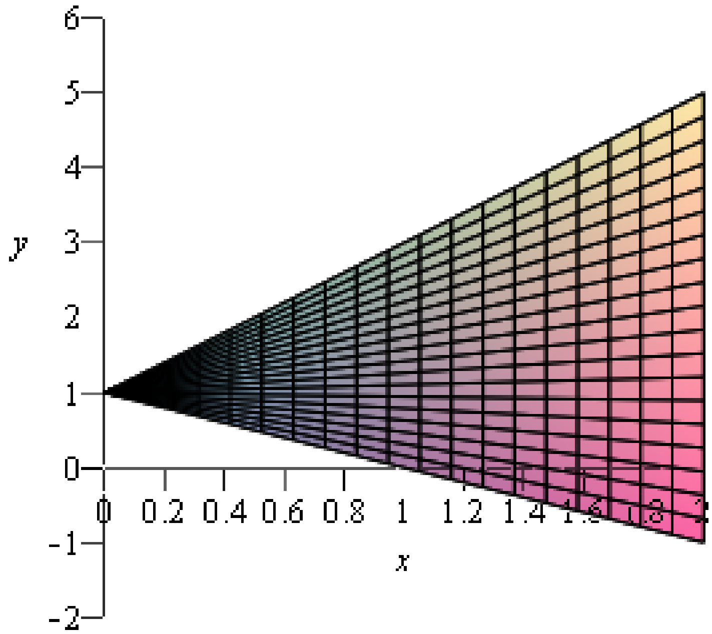
> *restart*

> *with*(*Integrator8*) :

Eksempel 1 (trekant)

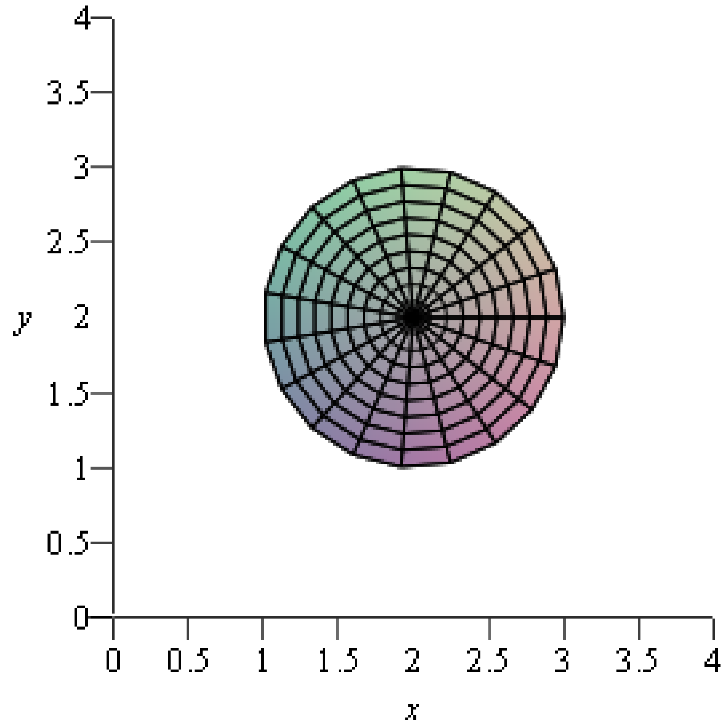
Det parametriserede 2D-område kan - *tilsyneladende* - kun tegnes ved at tegne et 3D-plot, som ses ovenfra!

> $plot3d(\langle u, 1-u+3\cdot v\cdot u, 0\rangle, u=0..2, v=0..1, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..2, -2..6, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[20, 20])$



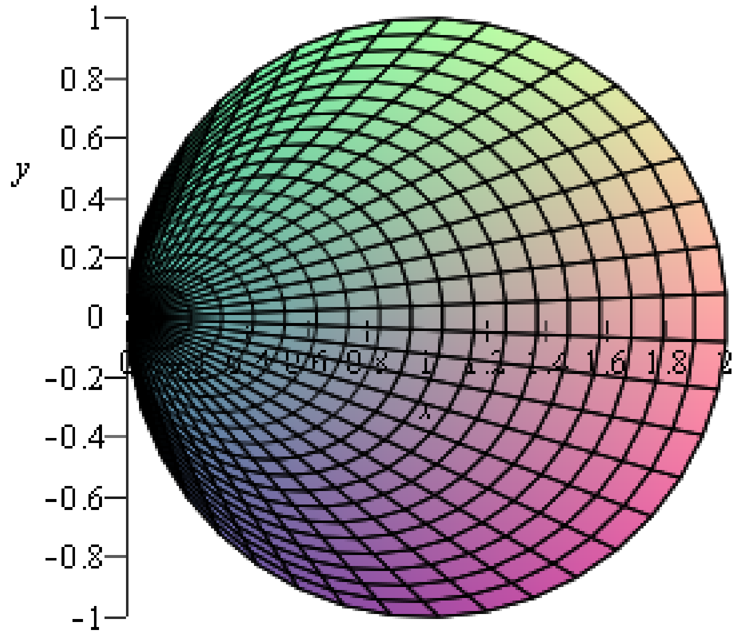
Eksempel 2 (cirkel)

> $plot3d(\langle 2+u\cdot\cos(v), 2+u\cdot\sin(v), 0\rangle, u=0..1, v=0..2\cdot\pi, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..4, 0..4, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[10, 20])$



Eksempel 3 (cirkel)

> $plot3d\left(\langle 2\cdot u\cdot\cos(v)\cdot\cos(v),\ 2\cdot u\cdot\cos(v)\cdot\sin(v),\ 0\rangle,\ u=0..1,\ v=-\frac{\pi}{2}..\frac{\pi}{2},\ labels=[x, y, ""],\ axes=normal,\ orientation=[-90, 0],\ view=[0..2, -1..1, -1..1],\ tickmarks=[10, 10, 10],\ grid=[20, 40]\right)$

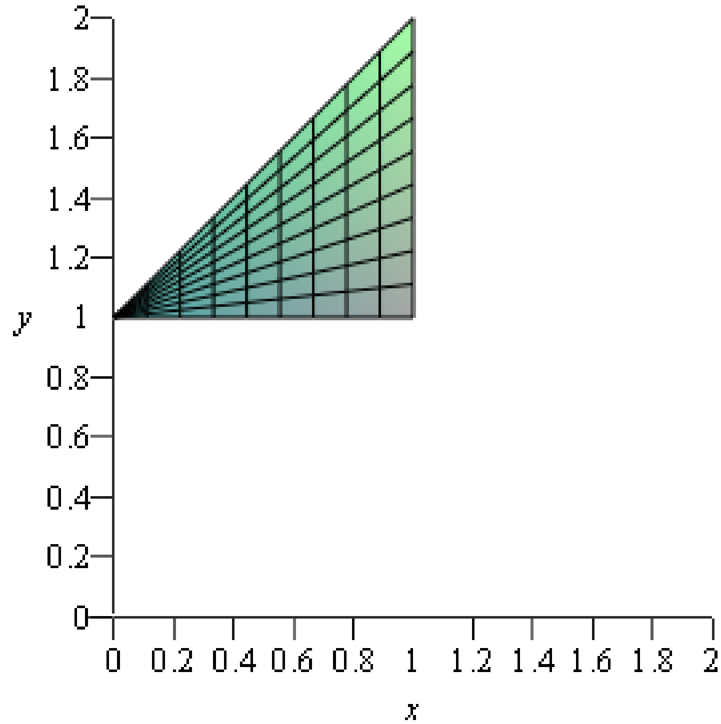


Et planintegral over et trekantet område

> $r := (u, v) \rightarrow \langle u, 1 + v \cdot u \rangle : r(u, v)$

$$\begin{bmatrix} u \\ 1 + v\,u \end{bmatrix} \quad (1.4.1)$$

> $plot3d(\langle r(u, v)[1], r(u, v)[2], 0\rangle, u = 0..1, v = 0..1, labels = [x, y, ""], axes = normal, orientation = [-90, 0], view = [0..2, 0..2, -1..1], tickmarks = [10, 10, 10], grid = [10, 10])$



a) Beregnet med Integrator8-pakken

> $f := (x, y) \rightarrow 2 \cdot x \cdot y : f(x, y)$

$$2\,y\,x \qquad (1.4.1.1)$$

> $B := [0, 1, 0, 1]$

$$B := [0, 1, 0, 1] \qquad (1.4.1.2)$$

> $planIntGo(r, B, f)$

$$\frac{11}{12} \qquad (1.4.1.3)$$

b) Beregnet med integral, hvor grænserne ikke er konstante

Parameteren y løber mellem 1 og x+1 (idet den rette linje $y = x + 1$ begrænser opadtil).
Parameteren x løber mellem 0 og 1.

> $\int_0^1 \int_1^{x+1} f(x, y)\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x$

$$\frac{11}{12} \qquad (1.4.2.1)$$

Opdelt i 2 trin:

> $\int_{1}^{x+1} f(x, y)\, \mathrm{d}y$

$$x\left((x+1)^2-1\right) \tag{1.4.2.2}$$

> $\int_{0}^{1} \textbf{(1.4.2.2)}\, \mathrm{d}x$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.3}$$

eller

Parameteren x løber mellem $y-1$ og 1 (idet den rette linje $y=x+1$ begrænser opadtil).
Parameteren y løber mellem 1 og 2.

> $\int_{1}^{2}\int_{y-1}^{1} f(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.4}$$

Opdelt i 2 trin:

> $\int_{y-1}^{1} f(x, y)\, \mathrm{d}x$

$$y\left(1-(y-1)^2\right) \tag{1.4.2.5}$$

> $\int_{1}^{2} \textbf{(1.4.2.5)}\, \mathrm{d}y$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.6}$$

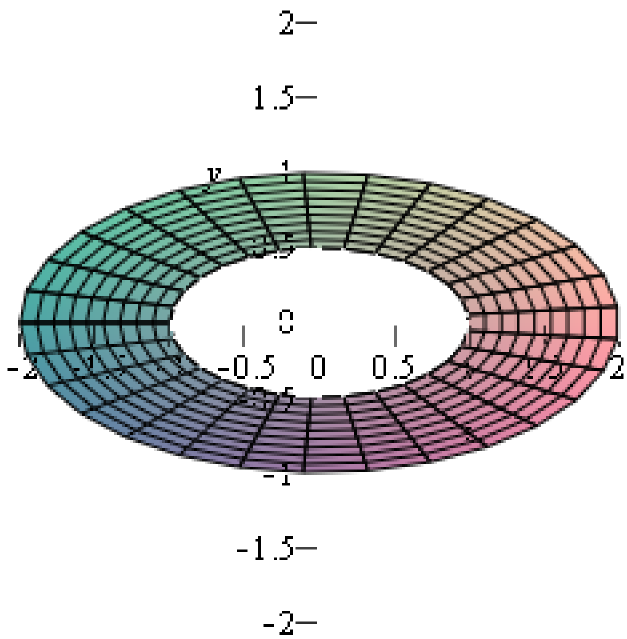
Et planintegral og massemidtpunkt

Planintegralet

> $r := (u, v) \rightarrow \left\langle u \cdot \cos(v), \frac{1}{2} \cdot u \cdot \sin(v) \right\rangle : r(u, v)$

$$\begin{bmatrix} u\cos(v) \\ \frac{1}{2}\, u \sin(v) \end{bmatrix} \tag{1.5.1.1}$$

> $plot3d(\langle r(u, v)[1], r(u, v)[2], 0\rangle, u = 1..2, v = -\pi..\pi, labels = [x, y, ""], axes = normal, orientation = [-90, 0], view = [-2..2, -2..2, -1..1], tickmarks = [10, 10, 10], grid = [10, 30])$



> $f := (x, y) \rightarrow (x-1)^2 (y+1)^2$

$$f := (x, y) \rightarrow (x-1)^2 (y+1)^2 \qquad \textbf{(1.5.1.2)}$$

> $B := [1, 2, -\pi, \pi]$

$$B := [1, 2, -\pi, \pi] \qquad \textbf{(1.5.1.3)}$$

> $planIntGo(r, B, f)$

$$\frac{267}{64}\pi \qquad \textbf{(1.5.1.4)}$$

Massemidtpunktet

> $planCmGo(r, B, f)$

$$\left[-\frac{94}{89}, \frac{34}{89}\right] \qquad \textbf{(1.5.2.1)}$$