

## Uge 3 LD, opgave 1

### Supplerende forklaring på bestemmelse af centrum og symmetriakser

> restart

> with(LinearAlgebra) : with(plots) :

#### Koordinatskifte:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = Q \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = Q^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$> Q := \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$Q := \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

(1)

#### Ligning i nye koordinatsystem:

$$\frac{x_1^2}{1^2} + \frac{(y_1 - 5)^2}{2^2} = 1$$

Centrum: (0, 5)

Halvakser: 1 og 2

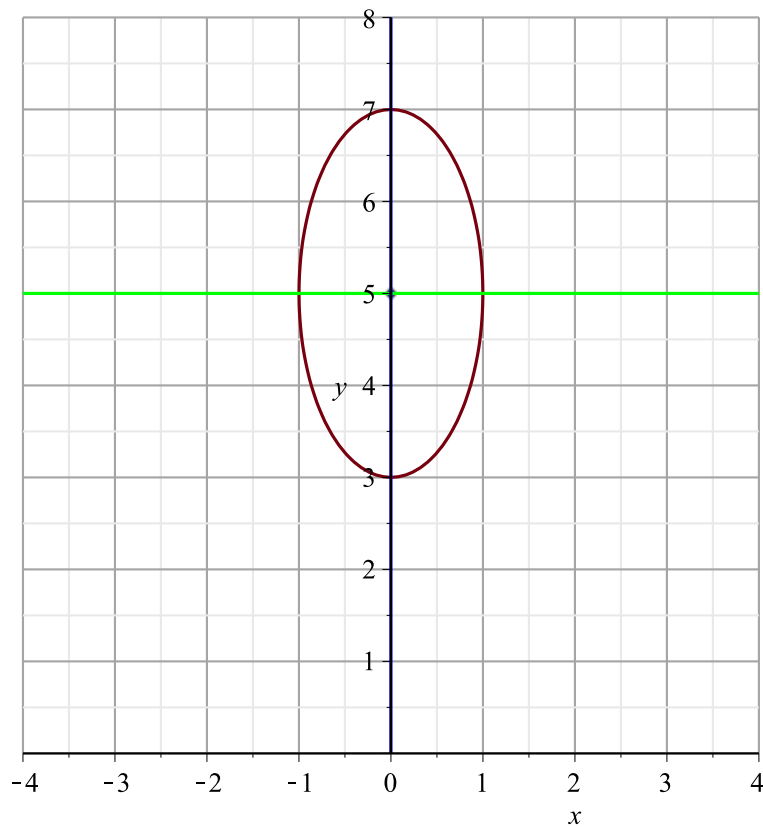
> ellipse := implicitplot( $\frac{x^2}{1^2} + \frac{(y-5)^2}{2^2} = 1$ , x=-4..4, y=0..8, scaling=constrained, numpoints=10000, gridlines, view=[-4..4, 0..8]) :

centrum := pointplot([(0, 5)]) :

xakse := implicitplot(y=5, x=-4..4, y=0..8, color=green) :

yakse := implicitplot(x=0, x=-4..4, y=0..8, color=blue) :

display(ellipse, centrum, xakse, yakse)



**Centrum:**

>  $CI := \langle 0, 5 \rangle$

$$CI := \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

(2)

Omregnes til gamle koordinatsystem:

>  $C := Q.CI$

$$C := \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(3)

Centrum i gamle koordinatsystem: (4, 3)

**Parameterfremstilling for symmetriakse langs nye x1-akse:**

NB: retningsvektor er  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

>  $x\text{Aksel} := CI + t \cdot \langle 1, 0 \rangle$

$$xAkse1 := \begin{bmatrix} t \\ 5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Omregnes til gamle koordinatsystem:

$$> xAkse := Q \cdot xAkse1$$

$$xAkse := \begin{bmatrix} \frac{3}{5}t + 4 \\ -\frac{4}{5}t + 3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

**Parameterfremstilling for symmetriakse langs nye y1-akse:**

NB: retningsvektor er  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$> yAkse1 := C1 + t \cdot \langle 0, 1 \rangle$$

$$yAkse1 := \begin{bmatrix} 0 \\ 5 + t \end{bmatrix} \quad (6)$$

Omregnes til gamle koordinatsystem:

$$> yAkse := Q \cdot yAkse1$$

$$yAkse := \begin{bmatrix} 4 + \frac{4}{5}t \\ 3 + \frac{3}{5}t \end{bmatrix} \quad (7)$$

**Symmetriakser i det gamle koordinatsystem er givet ved:**

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5} \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

NB: retningsvektorerne kan ganges med 5, og 2. symmetriske går faktisk gennem origo, så parameterfremstillingerne kan skrives pænere som:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = t \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

```
> ellipse := implicitplot(52*x^2 + 73*y^2 - 72*x*y - 200*x - 150*y + 525 = 0, x = 0 .. 6, y = 0 .. 8,
    scaling = constrained, numpoints = 10000, gridlines, view = [0 .. 7, 0 .. 7]) :
centrum := pointplot([(4, 3)]) :
xakse := plot([xAkse1, xAkse2, t = -7 .. 7], color = green) :
yakse := plot([yAkse1, yAkse2, t = -7 .. 7], color = blue) :
display(ellipse, centrum, xakse, yakse)
```

