

Uge05E13, opgave 2a

Løs ligningssystemet:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

a) Gang sammen og omskriv så x'erne er en søjle på højreside af matricen

$$x_{\text{række}} \cdot A = b \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 2 \\ 3 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 5 \\ 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 2 \\ 4 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$A^T \cdot x_{\text{søjle}} = b^T$$

Nu kan systemet løses med "LinearSolve".

> restart

> with(LinearAlgebra) :

$$\text{> } A := \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} : b := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} :$$

> $x_{\text{række}} := \text{Transpose}(\text{LinearSolve}(\text{Transpose}(A), \text{Transpose}(b)))$

$$x_{\text{række}} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + -t_{1,1} & \frac{1}{2} - -t_{1,1} & -t_{1,1} \end{bmatrix}$$

> $x_{\text{søjle}} := \text{LinearSolve}(\text{Transpose}(A), \text{Transpose}(b))$

(1.1)

$$x_{\text{søjle}} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + t\theta_{1,1} \\ \frac{1}{2} - t\theta_{1,1} \\ -t\theta_{1,1} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Dvs. den fuldstændige løsning er: $\underline{\underline{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}}$ hvor $t \in \mathbb{R}$

b) Ligningssystemet omformes via transponering

$$x_{\text{række}} \cdot A = b \Leftrightarrow (x_{\text{række}} \cdot A)^T = b^T \Leftrightarrow A^T \cdot x_{\text{række}}^T = b^T$$

Nu er ligningssystemet på den form, som "LinearSolve" forventer.

Når systemet løses med A^T og b^T som parametre, finder man $x_{\text{række}}^T$.

Derfor skal man transponere resultatet (husk at $(M^T)^T = M$ for enhver matrix).

> restart

> with(LinearAlgebra) :

$$> A := \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} : b := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} :$$

> $x_{\text{række}} := \text{Transpose}(\text{LinearSolve}(\text{Transpose}(A), \text{Transpose}(b)))$

$$x_{\text{række}} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + t_{1,1} & \frac{1}{2} - t_{1,1} & -t_{1,1} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Dvs. den fuldstændige løsning er: $\underline{\underline{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}}$ hvor $t \in \mathbb{R}$