Tegning af 2D-parametriseret område

Anvendelse af Integrator8-pakken

Dobbeltintegraler med ikke-faste grænser

Eksemplerne er fra Maple-demo 24a_Planintegral

Kortfattet oversigt over kommandoerne i Integrator8-pakken kan findes på Steens hjemmeside:

http://steen-toft.dk/mat/dtu/20102011/int8_kom.pdf

Plot af parametriseret område i planen (2D)

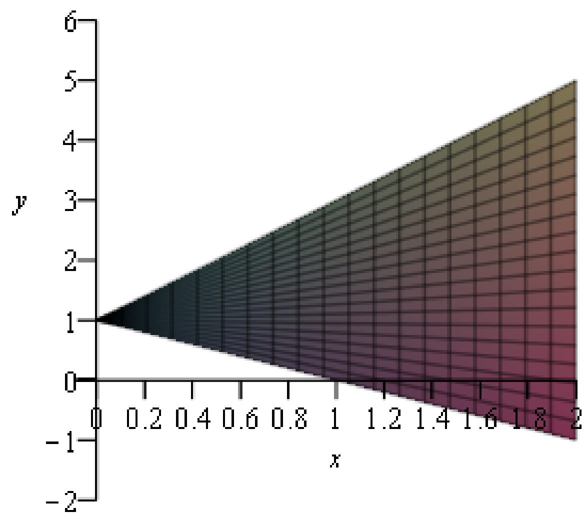
> *restart*

> *with*(*Integrator8*) :

Eksempel 1 (trekant)

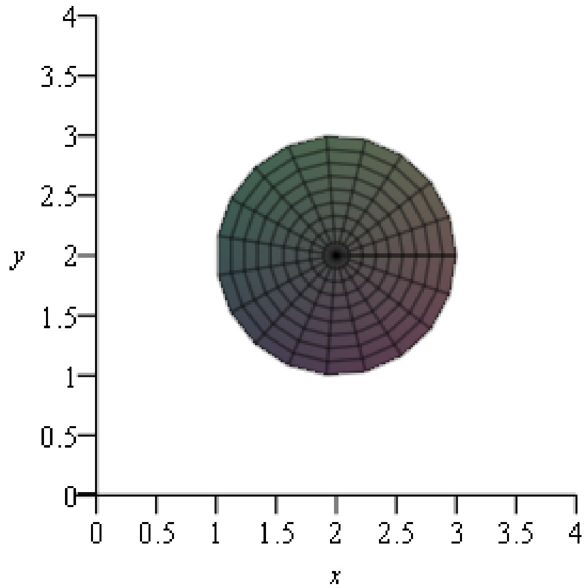
Det parametriserede 2D-område kan - *tilsyneladende* - kun tegnes ved at tegne et 3D-plot, som ses ovenfra!

> $plot3d(\langle u, 1-u+3\cdot v\cdot u, 0\rangle, u=0..2, v=0..1, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..2, -2..6, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[20, 20])$



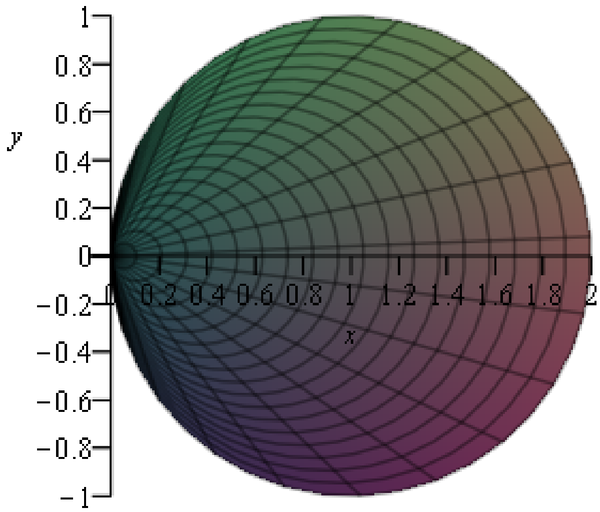
Eksempel 2 (cirkel)

> $plot3d\left(\langle 2+u\cdot\cos(v), 2+u\cdot\sin(v), 0\rangle, u=0..1, v=0..2\cdot\pi, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..4, 0..4, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[10, 20]\right)$



Eksempel 3 (cirkel)

> $plot3d\left(\langle 2\cdot u\cdot \cos(v)\cdot \cos(v),\, 2\cdot u\cdot \cos(v)\cdot \sin(v),\, 0\rangle,\, u=0..1,\, v=-\frac{\pi}{2}..\frac{\pi}{2},\, labels=[x, y, ""],\, axes=normal,\, orientation=[-90, 0],\, view=[0..2, -1..1, -1..1],\, tickmarks=[10, 10, 10],\, grid=[20, 40]\right)$

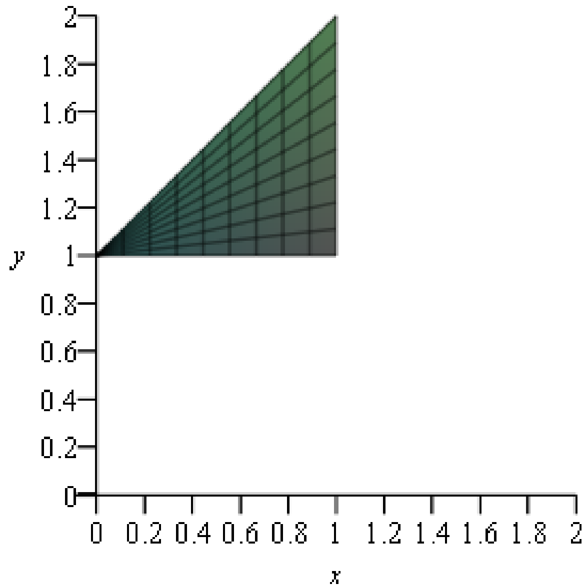


Et planintegral over et trekantet område

> $r := (u, v) \rightarrow \langle u, 1 + v \cdot u \rangle : r(u, v)$

$$\begin{bmatrix} u \\ u\,v + 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(1.4.1)}$$

> $plot3d(\langle r(u, v)[1], r(u, v)[2], 0\rangle, u = 0..1, v = 0..1, labels = [x, y, ""], axes = normal, orientation = [-90, 0], view = [0..2, 0..2, -1..1], tickmarks = [10, 10, 10], grid = [10, 10])$



a) Beregnet med Integrator8-pakken

> $f := (x, y) \rightarrow 2 \cdot x \cdot y : f(x, y)$

$$2\,y\,x \tag{1.4.1.1}$$

> $B := [0, 1, 0, 1]$

$$B := [0, 1, 0, 1] \tag{1.4.1.2}$$

> $planIntGo(r, B, f)$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.1.3}$$

b) Beregnet med integral, hvor grænserne ikke er konstante

Parameteren y løber mellem 1 og x+1 (idet den rette linje $y = x + 1$ begrænser opadtil).
Parameteren x løber mellem 0 og 1.

> $\int_0^1 \int_1^{x+1} f(x, y)\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.1}$$

Opdelt i 2 trin:

> $\int_{1}^{x+1} f(x,y)\,\mathrm{d}y$

$$x\left((x+1)^2-1\right) \quad \textbf{(1.4.2.2)}$$

> $\int_{0}^{1} \textbf{(1.4.2.2)}\,\mathrm{d}x$

$$\frac{11}{12} \quad \textbf{(1.4.2.3)}$$

eller

Parameteren x løber mellem $y-1$ og 1 (idet den rette linje $y=x+1$ begrænser opadtil).
Parameteren y løber mellem 1 og 2.

> $\int_{1}^{2}\int_{y-1}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$

$$\frac{11}{12} \quad \textbf{(1.4.2.4)}$$

Opdelt i 2 trin:

> $\int_{y-1}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}x$

$$y\left(1-(y-1)^2\right) \quad \textbf{(1.4.2.5)}$$

> $\int_{1}^{2} \textbf{(1.4.2.5)}\,\mathrm{d}y$

$$\frac{11}{12} \quad \textbf{(1.4.2.6)}$$

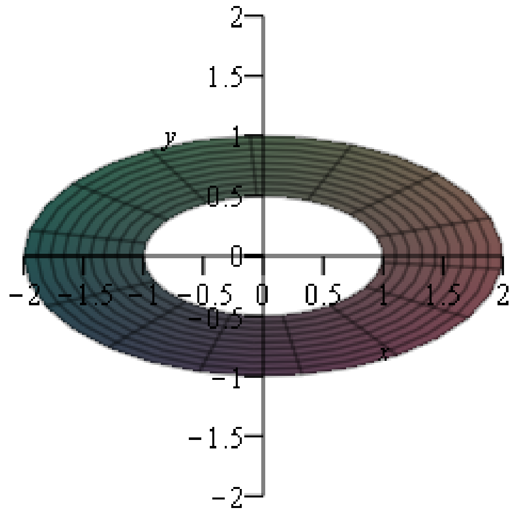
Et planintegral og massemidtpunkt

Planintegralet

> $r := (u,v) \rightarrow \left\langle u\cdot\cos(v),\ \frac{1}{2}\cdot u\cdot\sin(v)\right\rangle : r(u,v)$

$$\begin{bmatrix} u\cos(v) \\ \frac{1}{2}\,u\sin(v) \end{bmatrix} \quad \textbf{(1.5.1.1)}$$

> $plot3d(\langle r(u,v)[1], r(u,v)[2], 0\rangle, u=1..2, v=-\pi..\pi, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[-2..2, -2..2, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[10, 30])$



> $f := (x, y) \rightarrow (x-1)^2\,(y+1)^2$

$$f := (x, y) \rightarrow (x-1)^2\,(y+1)^2 \tag{1.5.1.2}$$

> $B := [1, 2, -\pi, \pi]$

$$B := [1, 2, -\pi, \pi] \tag{1.5.1.3}$$

> $planIntGo(r, B, f)$

$$\frac{267}{64}\,\pi \tag{1.5.1.4}$$

Massemidtpunktet

> $planCmGo(r, B, f)$

$$\left[-\frac{94}{89}, \frac{34}{89}\right] \tag{1.5.2.1}$$