Uge05 LD E14, opgave 2a

Løs ligningssystemet:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Metode 1: Gang sammen og omskriv så x'erne er en søjle på højreside af matricen

$$x_{række} \cdot A = b \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 2 \\ 3 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 5 \\ 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 2 \\ 4 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 6 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$A^T \cdot x_{søjle} = b^T$$

Nu kan systemet løses med "LinearSolve".

> $restart$

> $with(LinearAlgebra):$

> $A := \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} : b := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} :$

> $x_{række} := Transpose(LinearSolve(Transpose(A), Transpose(b)))$

$$x_{række} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \_t_{1,1} & \frac{1}{2} - \_t_{1,1} & \_t_{1,1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{(1.1)}$$

> $x_{søjle} := LinearSolve(Transpose(A), Transpose(b))$

$$x_{søjle} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \_t0_{1,1} \\ \frac{1}{2} - \_t0_{1,1} \\ \_t0_{1,1} \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

Dvs. den fuldstændige løsning er: $\underline{\underline{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}}$ hvor $t \in \mathbb{R}$

Metode 2: Ligningssystemet omformes via transponering

$x_{række} \cdot A = b \Leftrightarrow \left(x_{række} \cdot A\right)^T = b^T \Leftrightarrow A^T \cdot {x_{række}}^T = b^T$

Nu er ligningssystemet på den form, som "LinarSolve" forventer.

Når systemet løses med A^T og b^T som parametre, finder man ${x_{række}}^T$.

Derfor skal man transponere resultatet (husk at $\left(M^T\right)^T = M$ for enhver matrix).

> $restart$

> $with(LinearAlgebra):$

> $A := \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} : b := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} :$

> $x_{række} := Transpose(LinearSolve(Transpose(A), Transpose(b)))$

$$x_{række} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \_t_{1,1} & \frac{1}{2} - \_t_{1,1} & \_t_{1,1} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Dvs. den fuldstændige løsning er: $\underline{\underline{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}}$ hvor $t \in \mathbb{R}$