

Differentiabilitet af vektorfunktion

Man kan ikke se på 2D-banekurve for en vektorfunktion $f(t)=(x(t),y(t))$ om den er differentiabel.

NB: Man skal undersøge om hver af koordinatfunktionerne $x(t)$ og $y(t)$ er differentiabel.

Eksempel på en differentiabel vektorfunktion af 2 variable

```
> restart
```

```
> with(plots) :
```

Definer følgende koordinat-funktioner:

$$x(t) = \begin{cases} t^2 & \text{for } t > 0 \\ 0 & \text{for } t \leq 0 \end{cases} \quad \text{og} \quad y(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t > 0 \\ t^2 & \text{for } t \leq 0 \end{cases}$$

```
> x := t -> piecewise(0 < t, t^2, t <= 0, 0)
```

$$x := t \rightarrow \text{piecewise}(0 < t, t^2, t \leq 0, 0) \quad (1.1)$$

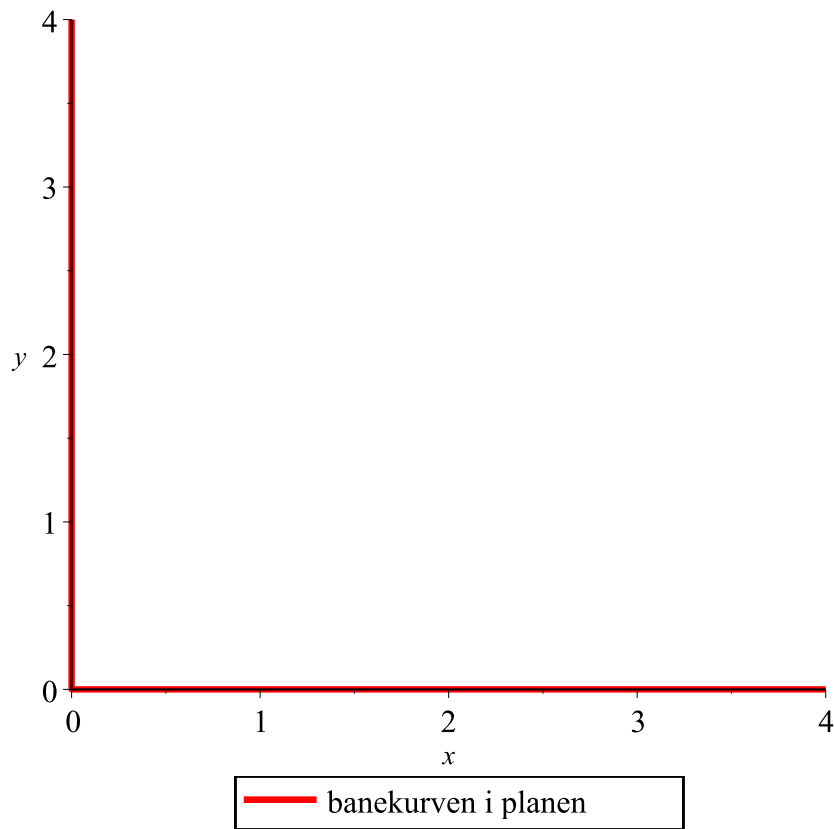
```
> y := t -> piecewise(0 < t, 0, t <= 0, t^2)
```

$$y := t \rightarrow \text{piecewise}(0 < t, 0, t \leq 0, t^2) \quad (1.2)$$

Banekurven i planen knækker 90° i $(0,0)$:

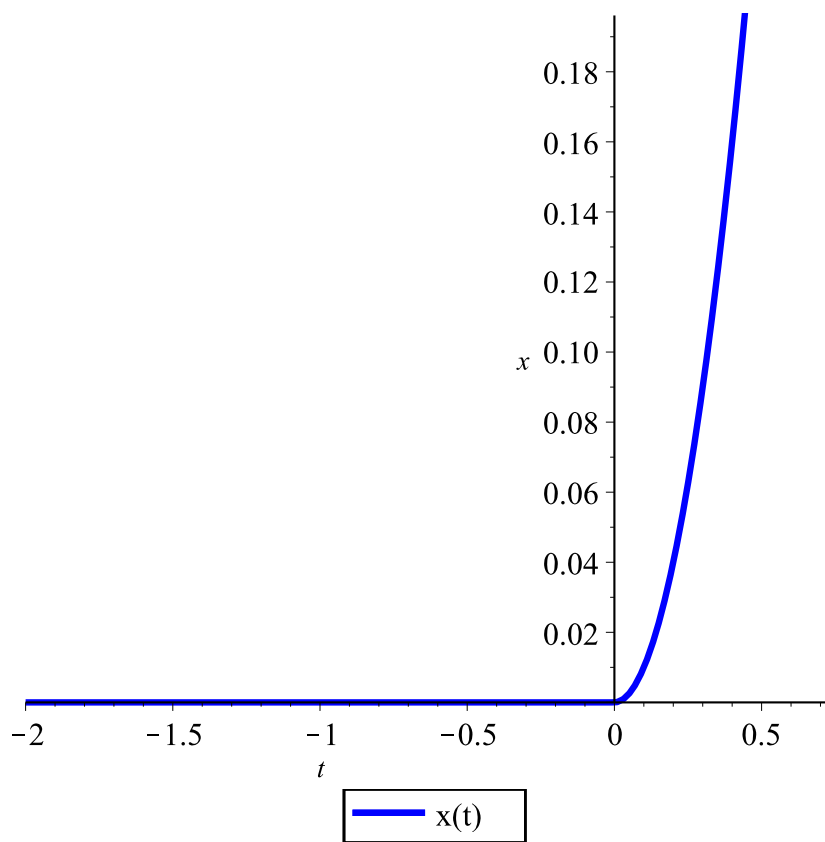
NB: Her er kun 2 kordinater: x og y.

```
> plot([x(t), y(t), t=-2..2], color=red, thickness=3, labels=[x, y], legend
      = ["banekurven i planen"])
```

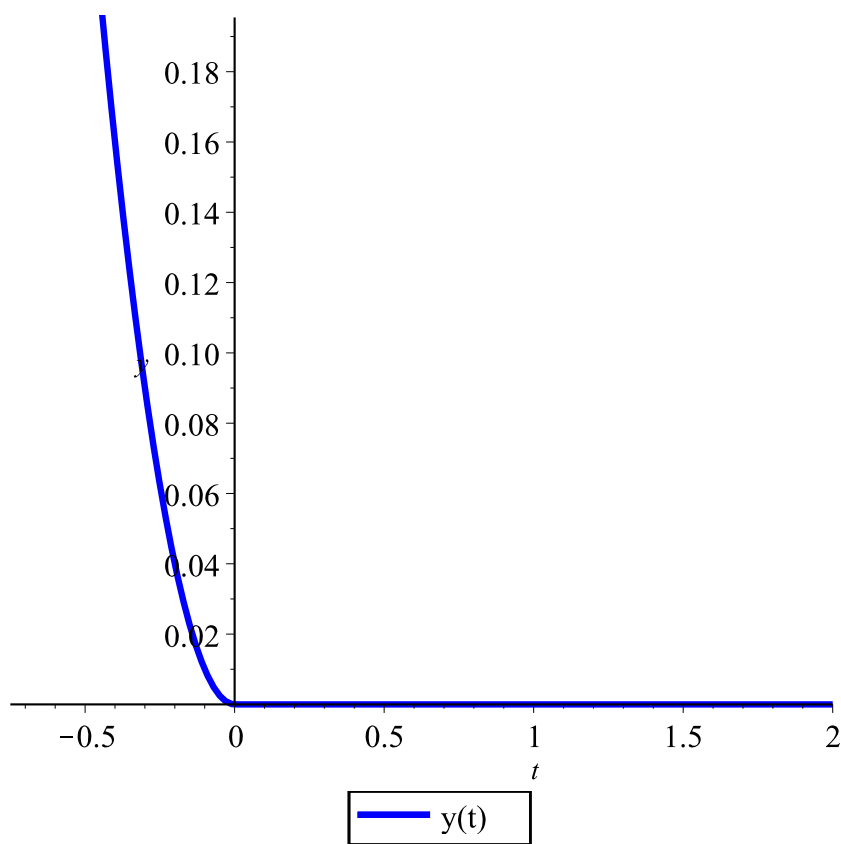


Men funktionen $f(t)=(x(t),y(t))$ er en differentiabel funktion, da **koordinatfunktionerne $x(t)$ og $y(t)$ er differentiable:**

> `plot(x(t), t=-2..2, color=blue, thickness=3, labels=[t, x], legend=["x(t)"])`



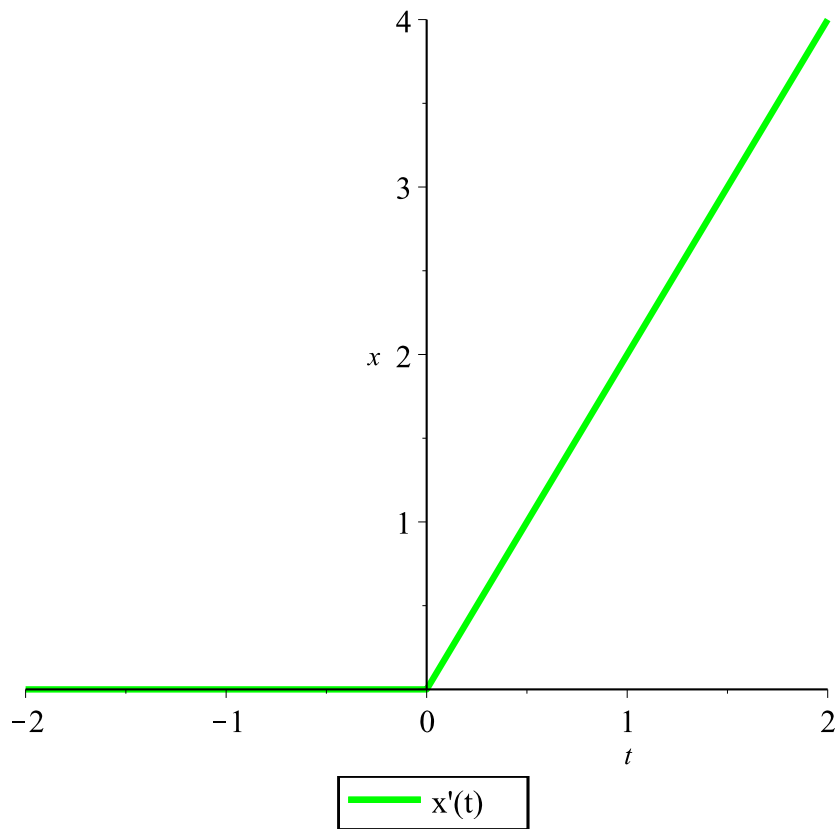
```
> plot(y(t), t=-2..2, color=blue, thickness=3, labels=[t, y], legend=["y(t)"])
```



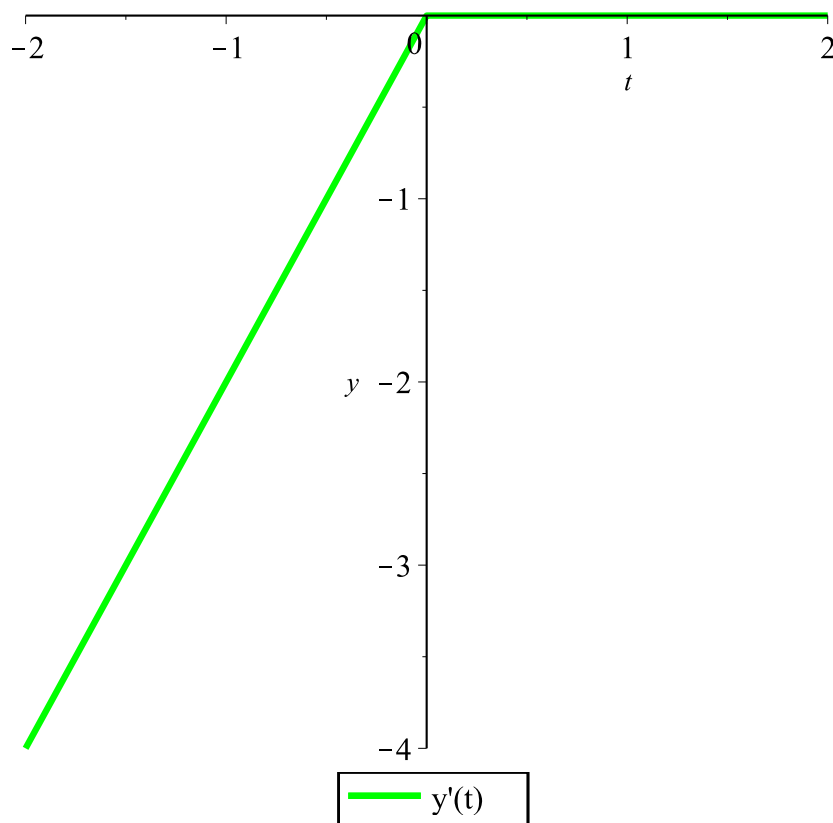
Koordinatfunktionernes afledede $x'(t)$ og $y'(t)$ er **kontinuerte** funktioner af t :

$$x(t) = \begin{cases} 2t & \text{for } t > 0 \\ 0 & \text{for } t \leq 0 \end{cases} \quad \text{og} \quad y(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t > 0 \\ 2t & \text{for } t \leq 0 \end{cases}$$

`> plot(x'(t), t=-2..2, color = green, thickness = 3, legend = ["x'(t)"], labels = [t, x])`



```
> plot(y'(t), t=-2..2, color = green, thickness = 3, legend = ["y'(t)"], labels = [t, y])
```



Banekurven i rummet er differentiabel:

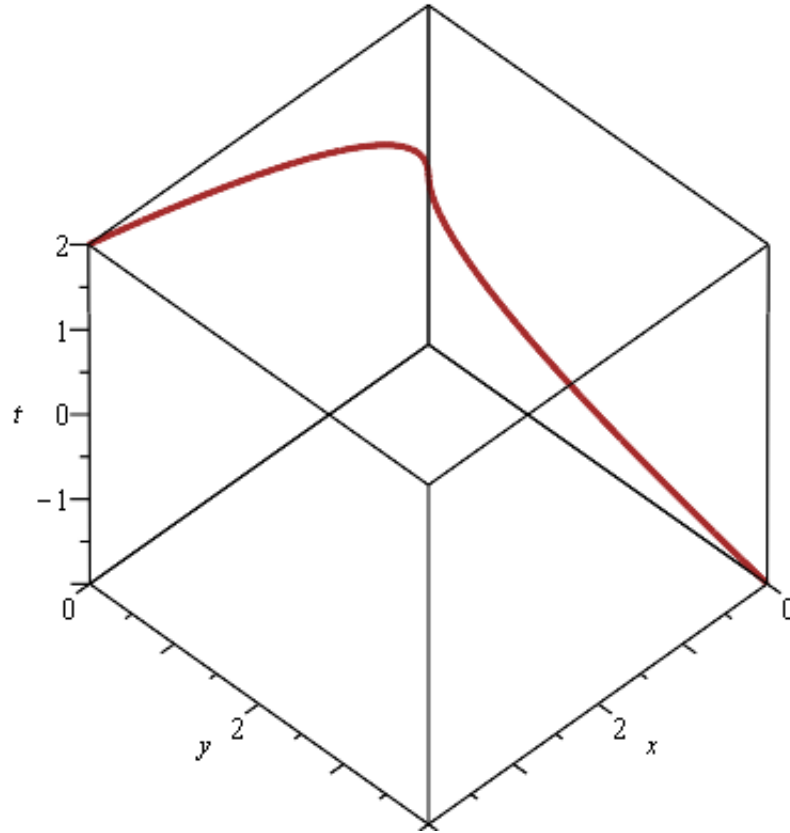
NB: Her er 3 koordinater: t , x og y .

(Rotér grafen og se fra forskellige vinkler. Grafen er simpelthen glat - også i $t=0$.)

(Prøv også at dreje koordinatsystemet, så t -aksen går ud af skærmen samt x -aksen til højre og y -aksen opad. Så fremkommer banekurven i x - y -planen.)

> `spacecurve([x(t), y(t), t], t=-2..2, thickness=3, color=brown, axes=BOXED, labels=[x,`
`y, t])`

$t=0$.



Eksempel på en ikke-differentiabel vektorfunktion af 2 variable

```
> restart
```

```
> with(plots) :
```

Definer følgende koordinat-funktioner:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} t & \text{for } t < 0 \\ 2 t & \text{for } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{og} \quad y(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} t & \text{for } t < 0 \\ 2 t & \text{for } t \geq 0 \end{cases}$$

```
> x := t -> piecewise(t < 0, 1/2 * t, t >= 0, 2 * t)
```

```
      x := t -> piecewise(t < 0, 1/2 t, 0 <= t, 2 t)
```

(2.1)

> $y := t \rightarrow \text{piecewise}\left(t < 0, \frac{1}{2} \cdot t, t \geq 0, 2 \cdot t\right)$

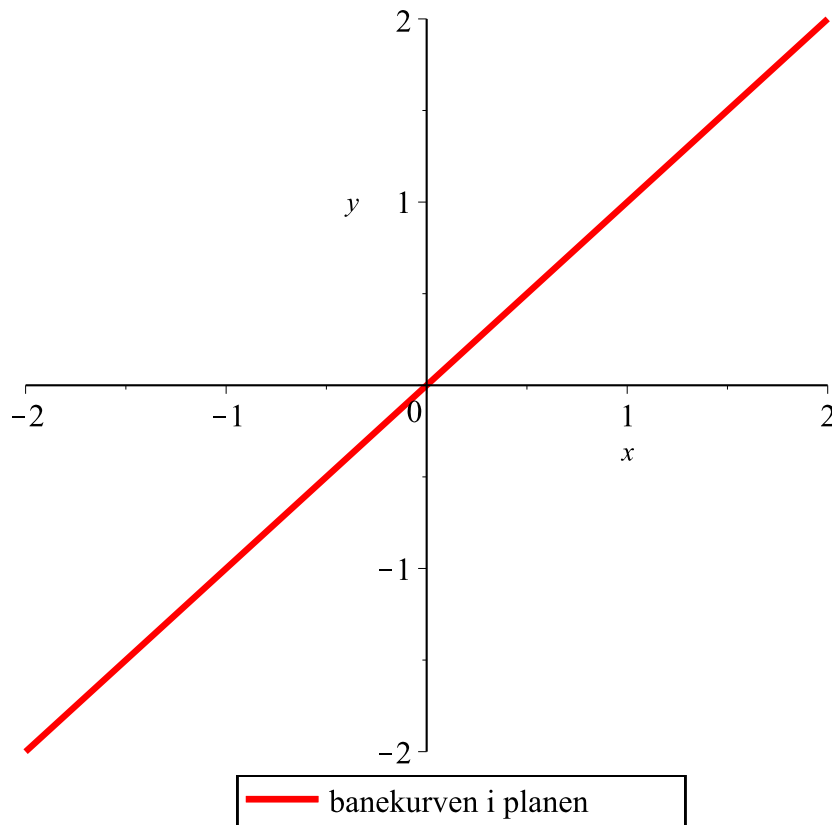
$$y := t \rightarrow \text{piecewise}\left(t < 0, \frac{1}{2} t, 0 \leq t, 2 t\right)$$

(2.2)

Banekurven i planen er en ret linje:

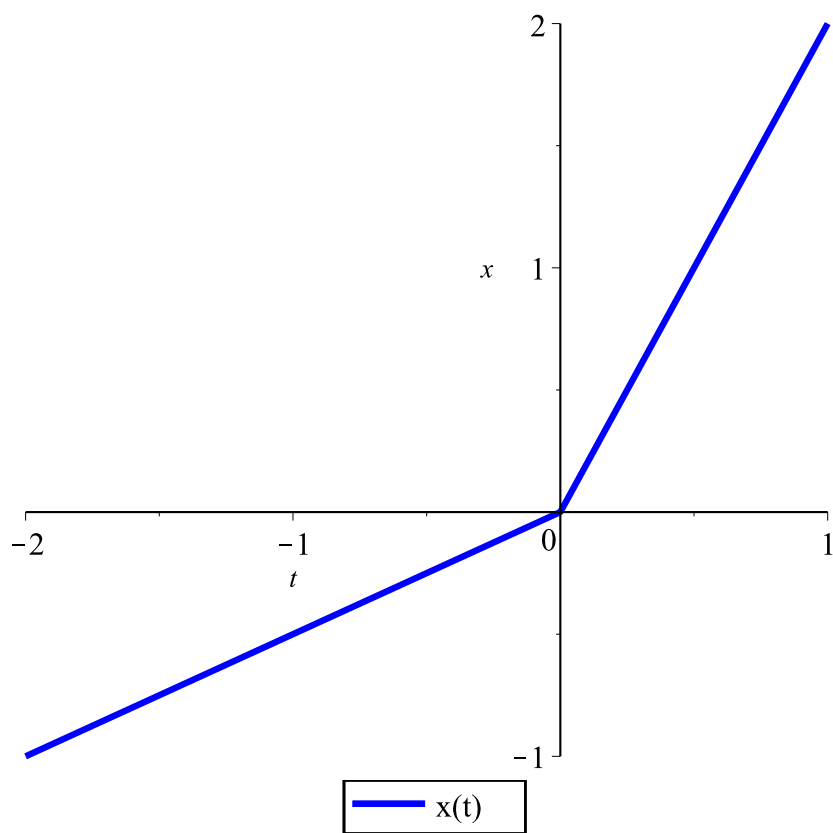
NB: Her er kun 2 kordinater: x og y.

> `plot([x(t), y(t), t=-4..1], color = red, thickness = 3, labels = [x, y], legend = ["banekurven i planen"])`

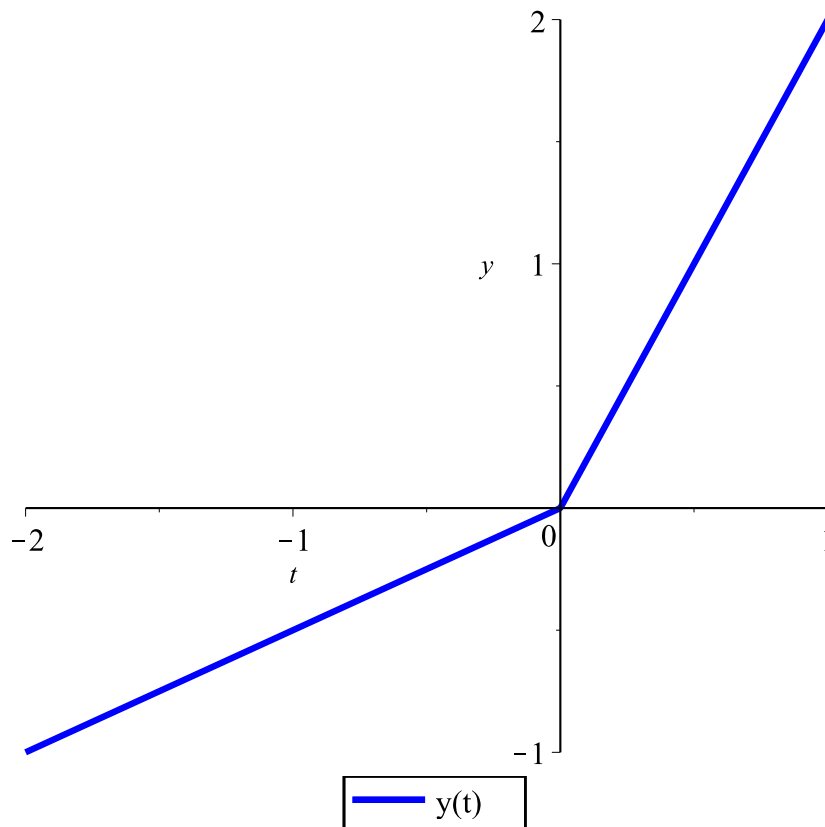


Men koordinatfunktionerne $x(t)$ og $y(t)$ er ikke differentiable:
(grafnen knækker i 0)

> `plot(x(t), t=-2..1, color = blue, thickness = 3, labels = [t, x], legend = ["x(t)"])`



```
> plot(y(t), t=-2..1, color=blue, thickness=3, labels=[t, y], legend=["y(t)"])
```



Banekurven i rummet er ikke-differentiabel:

NB: Her er 3 koordinater: t , x og y .

(Rotér grafen og se fra forskellige vinkler. *Grafen knækker i $t = 0$.*)

(Prøv også at dreje koordinatsystemet, så t -aksen går ud af skærmen samt x -aksen til højre og y -aksen opad. Så fremkommer banekurven i x - y -planen.)

> `spacecurve([x(t), y(t), t], t=-2..2, thickness=3, color=brown, axes=BOXED, labels=[x, y, t])`

