

En funktion, hvor Taylor-polynomiet kun passer på et vist område

I dette eksempel ser man, at **konvergens-radius** r for Taylor-polynomiet kan være endelig.

Det betyder, at uanset, hvor mange grader man tager med i Taylor-polynomiet, så passer den kun i intervallet $]x_0 - r; x_0 + r[$

Test påstanden ved at prøve med forskellige værdier af udviklingspunktet x_0 og graden n .

```
> restart
```

```
> f := x ->  $\frac{1}{1+x^2}$ 
```

$$f := x \rightarrow \frac{1}{1+x^2} \quad (1)$$

```
> x0 := 0
```

$$x_0 := 0 \quad (2)$$

```
> n := 5
```

$$n := 5 \quad (3)$$

```
> g := x -> mtaylor(f(x), x = x0, n)
```

$$g := x \rightarrow \text{mtaylor}(f(x), x = x_0, n) \quad (4)$$

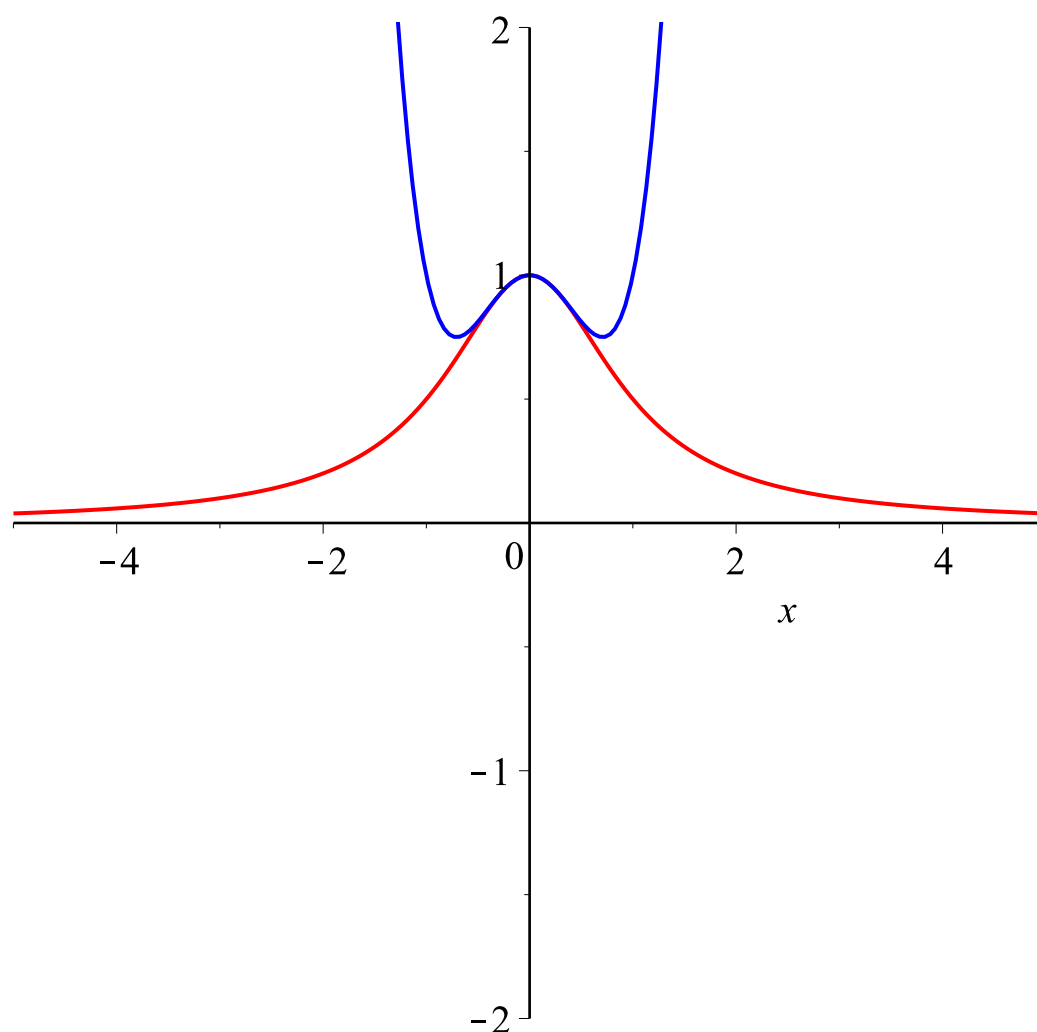
```
> g(x) :
```

```
> with(plots) :
```

```
plot1 := plot(f(x), x = -5 .. 5, color = red) :
```

```
plot2 := plot(g(x), x = -5 .. 5, color = blue) :
```

```
display(plot1, plot2, view = [-5 .. 5, -2 .. 2])
```



Forklaring

Funktionen $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ er veldefineret for alle $x \in \mathbb{R}$,

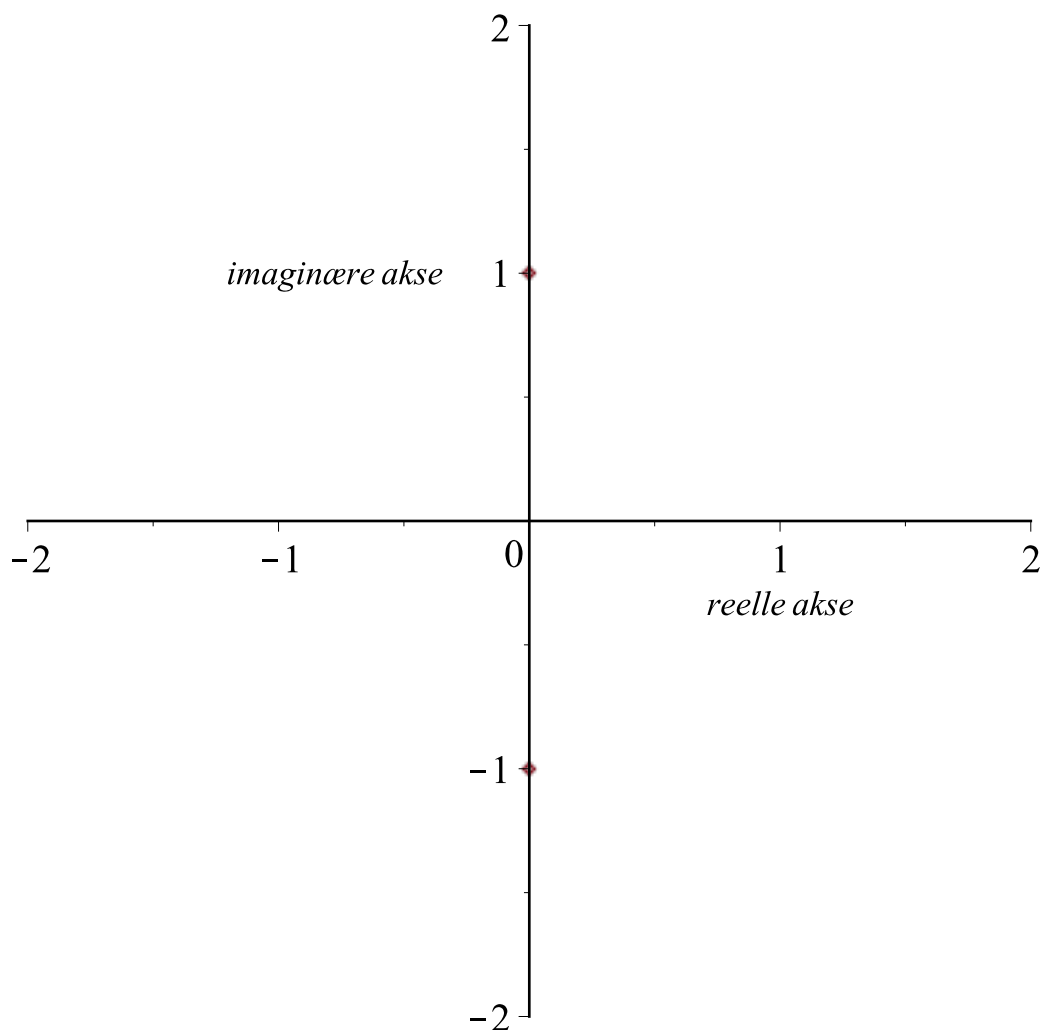
Men funktionen har indenfor de komplekse tal faktisk 2 nulpunkter i nævneren:

> `solve(1 + x2 = 0)`

$i, -i$

(1.1)

> `complexplot([%], view = [-2 ..2, -2 ..2], style = point, labels = [reelle akse, imaginære akse])`



Nævneren i funktionen $f(x)$ har altså 2 komplekse rødder: I og $-I$.
Vi antager, at x_0 ligger på den reelle akse.

Og finder så afstanden mellem x_0 og de 2 rødder:

$$\begin{aligned} > \text{Konvergensradius1} &:= \text{abs}(x_0 - I) \\ &\text{Konvergensradius1} := 1 \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$\begin{aligned} > \text{Konvergensradius2} &:= \text{abs}(x_0 + I) \\ &\text{Konvergensradius2} := 1 \end{aligned} \tag{1.3}$$

$$\begin{aligned} > \text{Konvergensradius3} &:= \sqrt{x_0^2 + 1} \\ &\text{Konvergensradius3} := 1 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Her gælder, at hvis udviklingspunktet hedder x_0 , så er **konvergensradius $r = \sqrt{x_0^2 + 1}$**
Det er jo faktisk bare Pythagoras' sætning!

Passer det men dine forsøg ovenfor?