Jacobi-matrix og Jacobi-faktor i integralregning

Kurve i $\mathbb{R}^2$ eller i $\mathbb{R}^3$ (Jacobi-faktor anvendes til beregning af længde)

$\mathbb{R}^2$

> *restart*

Parametrisering (eksempel):
NB: 1 parameter beskriver en kurve i $\mathbb{R}^2$.

> $r := u \rightarrow \langle 2 \cdot u^2, u+2 \rangle$:
> $'r(u)' = r(u)$

$$r(u) = \begin{bmatrix} 2\,u^2 \\ u+2 \end{bmatrix} \tag{1.1.1}$$

Jacobi-faktoren:

Formlen: $|r'|$

> $\boldsymbol{Jacobi := LinearAlgebra[Norm](\,diff{\sim}(r(u), u), 2)}$

$$Jacobi := \sqrt{1 + 16\,|u|^2} \tag{1.1.2}$$

NB: Man må overveje om numerisk værdi kan hæves på kurven.

$\mathbb{R}^3$

> *restart*

Parametrisering (eksempel):
NB: 1 parameter beskriver en kurve i $\mathbb{R}^3$.

> $r := u \rightarrow \left\langle 2 \cdot u^2, u+2, \frac{1}{u} \right\rangle$:
> $'r(u)' = r(u)$

$$r(u) = \begin{bmatrix} 2\,u^2 \\ u+2 \\ \frac{1}{u} \end{bmatrix} \tag{1.2.1}$$

Jacobi-faktoren:

Formlen: $|r'|$

> $\boldsymbol{Jacobi := LinearAlgebra[Norm](\,diff{\sim}(r(u), u), 2)}$

$$Jacobi := \sqrt{1 + 16\,|u|^2 + \frac{1}{|u|^4}} \tag{1.2.2}$$

NB: Man må overveje om numerisk værdi kan hæves på kurven.

Plant område i $\mathbb{R}^2$ (Jacobi-faktor anvendes til beregning af areal)

> *restart*

Parametrisering (eksempel):
NB: 2 parametre beskriver plant område i $\mathbb{R}^2$.

> $r := (u, v) \to \langle u, v\cdot u^3\rangle$:

> $'r(u, v)' = r(u, v)$

$$r(u, v) = \begin{bmatrix} u \\ v\,u^3 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Jacobi-matricen:
(består af de partielle afledede opsat som søjler i en 2 x 2 matrix)

> $J := VectorCalculus[Jacobian](r(u, v), [u, v])$

$$J := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3\,v\,u^2 & u^3 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Jacobi-faktoren:

> $Jacobi := LinearAlgebra[Determinant](J)$

$$Jacobi := u^3 \tag{2.3}$$

Jacobi-faktoren:

Formlen: $|det(r'_u, r'_v)|$

> $Jacobi := LinearAlgebra[Determinant](VectorCalculus[Jacobian](r(u, v), [u, v]))$

$$Jacobi := u^3 \tag{2.4}$$

NB: Evt. skal man tage den numeriske værdi!

> $Jacobi := |LinearAlgebra[Determinant](VectorCalculus[Jacobian](r(u, v), [u, v]))|$

$$Jacobi := |u|^3 \tag{2.5}$$

Flade i $\mathbb{R}^3$ (Jacobi-faktor anvendes til beregning af areal)

> *restart*

Parametrisering (eksempel):
NB: 2 parametre beskriver flade i $\mathbb{R}^3$.

> $r := (u, v) \to \langle u, v\cdot u^2, w + u\rangle$:

> $'r(u, v)' = r(u, v)$

(3.1)

$$r(u, v) = \begin{bmatrix} u \\ v\,u^2 \\ w + u \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Jacobi-faktoren:

Formlen: $|r'_u \times r'_v|$

> $Jacobi := LinearAlgebra[Norm](diff\sim(r(u, v), u) \times diff\sim(r(u, v), v), 2)$

$$Jacobi := \sqrt{2}\ |u|^2 \quad (3.2)$$

NB: Man må overveje om numerisk værdi kan hæves på fladen.

Rumligt område i $\mathbb{R}^3$ (Jacobi-faktor anvendes til beregning af rumfang)

> *restart*

Parametrisering (eksempel):
NB: 3 parametre beskriver et område i $\mathbb{R}^3$.

> $r := (u, v, w) \rightarrow \langle u, v \cdot u^3, w \cdot u \rangle$:

> $'r(u, v, w)' = r(u, v, w)$

$$r(u, v, w) = \begin{bmatrix} u \\ v\,u^3 \\ w\,u \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Jacobi-matricen:
(består af de partielle afledede opsat som søjler i en 3 x 3 matrix)

> $J := VectorCalculus[Jacobian](r(u, v, w), [u, v, w])$

$$J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3\,v\,u^2 & u^3 & 0 \\ w & 0 & u \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Jacobi-faktoren:

> $Jacobi := LinearAlgebra[Determinant](J)$

$$Jacobi := u^4 \quad (4.3)$$

Jacobi-faktoren:

Formlen: $|det(r'_u, r'_v, r'_w)|$

> $Jacobi := LinearAlgebra[Determinant](VectorCalculus[Jacobian](r(u, v, w), [u, v, w]))$

$$Jacobi := u^4 \quad (4.4)$$

NB: Evt. skal man tage den numeriske værdi!

> $Jacobi := |LinearAlgebra[Determinant](VectorCalculus[Jacobian](r(u, v, w), [u, v, w]))|$

$$Jacobi := |u|^4 \quad (4.5)$$