Sætninger om globalt ekstremum

NB: Nedenstående vigtige sætninger om globalt ekstremum mangler i eNoterne!

Kilder (3 PDF-filer)

Side 13 midtpå: https://www.math.uni-bielefeld.de/~drust/opt2017-part3.pdf
Side 39 nederst: https://stanford.edu/~avidit/math
Side 4 øverst: http://www.columbia.edu/~md3405/Unconstrained_Optimization.pdf

Sætninger:

Givet en funktion $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, som er 2 gange differentiabel, defineret i en åben delmængde af $\mathbb{R}^n$.

Hvis $x_0 \in \mathbb{R}^n$ er et stationært punkt for f, og hvis Hessematricen er negativ semidefinit i *alle punkter* af $Dm(f)$, så er x_0 et globalt maksimumspunkt for f.

Funktionen f kaldes konkav, hvis den 'buer blødt nedad'.
Nærmere bestemt skal der for alle $x_1, x_2 \in Dm(f)$ gælde at:
$f(t \cdot x_1 + (1-t) \cdot x_2) \geq t \cdot f(x_1) + (1-t) \cdot f(x_2)$ **for $0 < t < 1$.**
NB: $t \cdot x_1 + (1-t) \cdot x_2$ er et punkt mellem x_1 og x_2.
Alternativ: Hessematricen er negativ semidefinit i hele $Dm(f)$.

Hvis $x_0 \in \mathbb{R}^n$ er et stationært punkt for f, og hvis Hessematricen er positiv semidefinit i *alle punkter* af $Dm(f)$, så er x_0 et globalt minimumspunkt for f.

Funktionen f kaldes konveks, hvis den 'buer blødt opad'.
Nærmere bestemt skal der for alle $x_1, x_2 \in Dm(f)$ gælde at:
$f(t \cdot x_1 + (1-t) \cdot x_2) \leq t \cdot f(x_1) + (1-t) \cdot f(x_2)$ **for $0 < t < 1$.**
NB: $t \cdot x_1 + (1-t) \cdot x_2$ er et punkt mellem x_1 og x_2.
Alternativ: Hessematricen er positiv semidefinit i hele $Dm(f)$.