Tegning af 2D-parametriseret område

Anvendelse af Integrator8-pakken

Dobbeltintegraler med ikke-faste grænser

Eksemplerne er fra Maple-demo F07a_PlanOgFladeIntegral

Kortfattet oversigt over kommandoerne i Integrator8-pakken kan findes på Steens hjemmeside

Plot af parametriseret område i planen (2D)

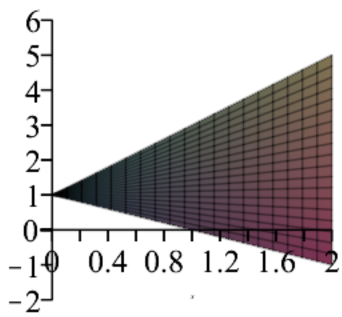
> $restart$

> $with(Integrator8)$:

Eksempel 1 (trekant)

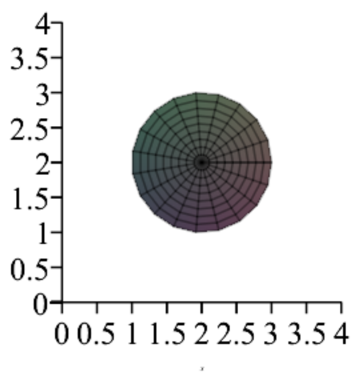
Det parametriserede 2D-område kan - *tilsyneladende* - kun tegnes ved at tegne et 3D-plot, som ses ovenfra!

> $plot3d(\langle u, 1-u+3\cdot v\cdot u, 0\rangle, u=0..2, v=0..1, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..2, -2..6, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[20, 20])$



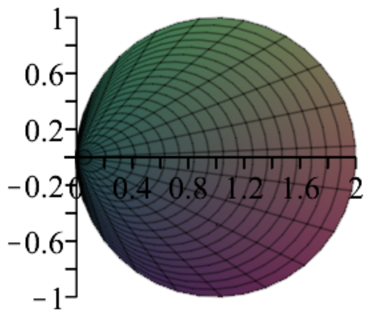
Eksempel 2 (cirkel)

> $plot3d(\langle 2+u\cdot\cos(v), 2+u\cdot\sin(v), 0\rangle, u=0..1, v=0..2\cdot\pi, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..4, 0..4, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[10, 20])$



Eksempel 3 (cirkel)

> $plot3d\left(\langle 2\cdot u\cdot\cos(v)\cdot\cos(v), 2\cdot u\cdot\cos(v)\cdot\sin(v), 0\rangle, u=0..1, v=-\frac{\pi}{2}..\frac{\pi}{2}, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..2, -1..1, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[20, 40]\right)$

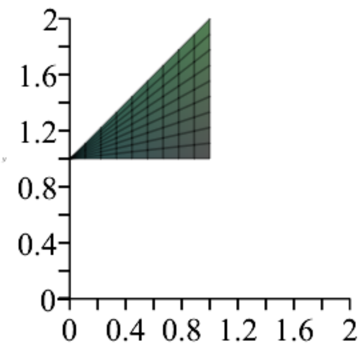


Et planintegral over et trekantet område

> $r(u, v) := \langle u, 1+v\cdot u\rangle$:
> $'r(u, v)'=r(u, v)$

$$r(u, v) = \begin{bmatrix} u \\ v\,u+1 \end{bmatrix} \quad (1.4.1)$$

> $plot3d(\langle r(u, v)[1], r(u, v)[2], 0\rangle, u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, ""], axes=normal, orientation=[-90, 0], view=[0..2, 0..2, -1..1], tickmarks=[10, 10, 10], grid=[10, 10])$



a) Beregnet med Integrator8-pakken

> $f(x, y) := 2\cdot x\cdot y$

$$f := (x, y) \mapsto 2\cdot y\cdot x \quad (1.4.1.1)$$

> $B := [0, 1, 0, 1]$

$$B := [0, 1, 0, 1] \quad (1.4.1.2)$$

> $planIntGo(r, B, f)$

$$\frac{11}{12} \quad (1.4.1.3)$$

b) Beregnet med integral, hvor grænserne ikke er konstante

Parameteren y løber mellem 1 og x+1 (idet den rette linje $y=x+1$ begrænser opadtil).

Parameteren x løber mellem 0 og 1.

> $\int_0^1 \int_1^{x+1} f(x, y) \, dy \, dx$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.1}$$

Opdelt i 2 trin:

> $\int_1^{x+1} f(x, y) \, dy$

$$x\left((x+1)^2 - 1\right) \tag{1.4.2.2}$$

> $\int_0^1 \textbf{(1.4.2.2)} \, dx$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.3}$$

eller

Parameteren x løber mellem $y - 1$ og 1 (idet den rette linje $y = x + 1$ begrænser opadtil).
Parameteren y løber mellem 1 og 2.

> $\int_1^2 \int_{y-1}^1 f(x, y) \, dx \, dy$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.4}$$

Opdelt i 2 trin:

> $\int_{y-1}^1 f(x, y) \, dx$

$$y\left(1 - (y-1)^2\right) \tag{1.4.2.5}$$

> $\int_1^2 \textbf{(1.4.2.5)} \, dy$

$$\frac{11}{12} \tag{1.4.2.6}$$

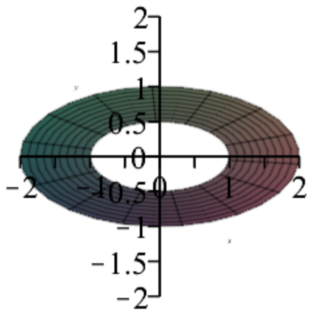
Et planintegral og massemidtpunkt

Planintegralet

> $r(u, v) := \left\langle u \cdot \cos(v), \frac{1}{2} \cdot u \cdot \sin(v) \right\rangle :$
'$r(u, v)$' $= r(u, v)$

$$r(u, v) = \begin{bmatrix} u\cos(v) \\ \frac{u\sin(v)}{2} \end{bmatrix} \tag{1.5.1.1}$$

> *plot3d*$(\langle r(u, v)[1], r(u, v)[2], 0\rangle, u = 1..2, v = -\pi..\pi,$ *labels* $= [x, y, ""]$, *axes* = *normal*, *orientation* $= [-90, 0]$, *view* $= [-2..2, -2..2, -1..1]$, *tickmarks* $= [10, 10, 10]$, *grid* $= [10, 30])$



> $f(x, y) := (x - 1)^2 (y + 1)^2$

$$f := (x, y) \mapsto (x - 1)^2 \cdot (y + 1)^2 \quad \textbf{(1.5.1.2)}$$

> $B := [1, 2, -\pi, \pi]$

$$B := [1, 2, -\pi, \pi] \quad \textbf{(1.5.1.3)}$$

> $planIntGo(r, B, f)$

$$\frac{267\,\pi}{64} \quad \textbf{(1.5.1.4)}$$

Massemidtpunktet

> $planCmGo(r, B, f)$

$$\left[-\frac{94}{89}, \frac{34}{89}\right] \quad \textbf{(1.5.2.1)}$$