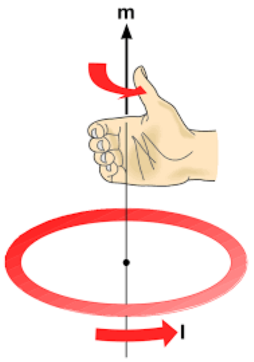
Vedr. højrekonventionen og Stokes sætning

Givet en flade F med en tilhørende randkurve $\eth F$ i rummet, samt et vektorfelt V.

Der er tale om 2 beregningsmetoder:
a) det **tangentielle kurveintegral** langs randkurven $\eth F$
b) **fluxen** gennem fladen F

Højrekonventionen

Højrekonventionen siger, at tangentens retning langs randkurven og normalerne til fladen skal være orienteret, så de udgør en højreskrue.
Brug højre hånd. Lad de 4 fingre pege langs randkurven i tangentens retning. Så skal tommelfingeren pege i normalernes retning.



Stokes sætning

Hvis orienteringen af randkurvens tangent og fladens normaler opfylder **højrekonventionen**, så gælder:
det tangentielle kurveintegral af V langs $\eth F$ (dvs. randen af F) = fluxen af $rot(V)$ gennem fladen F.

NB: fluxen skal tages af **rotationen** af V, ikke af V.

Hvis orienteringen ikke opfylder højrekonventionen, så giver de 2 beregningsmetoder modsat facit. Dvs. numerisk lige store, men den ene postiv og den anden negativ!

Stamvektorfelt

Vektorfeltet V siges at have et **stamvektorfelt** W, hvis $rot(W) = V$.

I det tilfælde vil der gælde:

fluxen af V gennem fladen F = fluxen af $rot(W)$ gennem fladen F = det tangentielle kurveintegral af W langs $\eth F$ (randen af F)

NB: Det første ligningstegn gælder, da V har et stamvektorfelt W. Det andet lighedstegn gælder i følge Stokes sætning!

Praktisk beregning

I praksis laver man en **parametrisering** $r_{\eth F}(u)$ af randkurven $\eth F$ og en parametrisering $r_F(u, v)$ af fladen F.

Tangenten på randkurven beregnes som: $T_{\eth F} := diff\left(r_{\eth F}(u), u\right)$

Normalen til fladen beregnes som: $N_F := kryds\left(diff\left(r_F(u, v), u\right), diff\left(r_F(u, v), v\right)\right)$ eller

$N_F := diff\left(r_F(u,v), u\right) \times diff\left(r_F(u,v), v\right)$

Ved at indsætte en god parameterværdi for (u) hhv. (u, v) kan man få konkrete vektorer for $T_{\partial F}$ og N_F
Derved kan man se, om højrekonventionen er opfyldt. Og om retningen er som forudsat i evt. opgave.

NB: Man kan ikke på forhånd vide om retningerne bliver som forventet/forudsat - det afhænger af valgte parametrisering!
Hvis orienteringen ikke er som forventet, kan man sagtens regne videre, og så til sidst ændre fortegnet for facit.

Hvis normalvektoren til fladen og tangenten til randen ikke opfylder højrekonventionen,
så får man f.eks. $4 \cdot \pi$ med den ene metode og så $-4 \cdot \pi$ med den anden metode!

Om svaret skal være det ene eller det andet afhænger af opgaven!
Hvis der er stillet krav om en bestemt orientering af tangentvektoren eller normalvektoren, så skal man naturligvis tænke på det.

Hvis ikke, så kunne man lige så godt have valgt $r_{\partial F}$ til at køre den modsat vej rundt, og så valgt r_F til at gå opad eller nedad.
Så ville højrekonventionen være opfyldt, og man ville man få det modsatte facit!

Maple beregning

Det **tangentielle kurveintegral af** V langs ∂F beregnes med formlen:

$$\int_{u_{start}}^{u_{slut}} prik\left(V\left(vop\left(r_{\partial F}(u)\right)\right), diff\left(r_{\partial F}(u), u\right)\right)\, du$$

Fluxen af *rot*(V) beregnes med formlen:

$$\int_{v_{start}}^{v_{slut}} \int_{u_{start}}^{u_{slut}} prik\left(rot(V)\left(vop\left(r_F(u,v)\right)\right), kryds\left(diff\left(r_F(u,v), u\right), diff\left(r_F(u,v), v\right)\right)\right)\, du\, dv$$

Integrator8 beregning (tjek)

Det **tangentielle kurveintegral af** V langs ∂F beregnes med formlen:
$tangKurveIntGo\left(r_{\partial F}, \left[u_{start}, u_{slut}\right], V\right)$

Fluxen af *rot*(V) beregnes med formlen:
$fluxIntGo\left(r_F, \left[u_{start}, u_{slut}, v_{start}, v_{slut}\right], rot(V)\right)$ eller $StokesFluxGo\left(r_F, \left[u_{start}, u_{slut}, v_{start}, v_{slut}\right], V\right)$

Bemærk $rot(V)$ i den første, og V i den anden formel!!!