

## Uge07 SD E20, opgave 6 B

```
> restart
```

```
> with(LinearAlgebra) :
```

```
> a1 := <1, 0, 1, 0, 1, 0> : a2 := <0, 1, 1, 1, 1, -1> : b1 := <4, -5, -1, -5, -1, 5> : b2 := <-3, 2, -1, 2, -1, -2> :
```

```
> M1 := <a1|a2|b1|b2>
```

$$M1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

```
> Rank(M1)
```

$$2 \quad (2)$$

```
> ReducedRowEchelonForm(M1)
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Tjek:

```
> b1 = 4·a1 - 5·a2
```

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ -1 \\ -5 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ -1 \\ -5 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

```
> b2 = -3·a1 + 2·a2
```

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

**Dvs. b'erne kan skrives som en linearkombination af a'erne.**

$$> M2 := \langle b1|b2|a1|a2 \rangle$$

$$M2 := \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 & 0 \\ -5 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -5 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 5 & -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$> \text{Rank}(M2)$$

$$2 \quad (7)$$

$$> \text{ReducedRowEchelonForm}(M2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{7} & -\frac{3}{7} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & -\frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

**Tjek:**

$$> a1 = -\frac{2}{7} \cdot b1 - \frac{5}{7} \cdot b2$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$> a2 = -\frac{3}{7} \cdot b1 - \frac{4}{7} \cdot b2$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

**Dvs. a'erne kan skrives som en linearkombination af b'erne.**

**Konklusion:** a'erne og b'erne udspænder samme underrum!