Uge 09, store dag, opgave 7B

Opg 7: *Komplekse differentialligninger. Håndregning*

De komplekse funktioner $z(t)$ som er defineret for $t \in \mathbb{R}$, og som kan differentieres et vilkårligt antal gange, udgør et vektorrum som betegnes $(C^{\infty}(\mathbb{R}), \mathbb{C})$.

En lineær afbildning $f : (C^{\infty}(\mathbb{R}), \mathbb{C}) \to (C^{\infty}(\mathbb{R}), \mathbb{C})$ er givet ved

$$f(z(t)) = z''(t) + z(t)\,.$$

B

Vis at der findes netop én funktion $z_0(t)$ i $U = \operatorname{span}\{e^{it}, e^{-it}\}$ som opfylder begyndelsesværdibetingelserne $z(0) = 1$ og $z'(0) = 0$, og opskriv den på rektangulær form.

ANSWER

$$z_0(t) = \cos(t)\,.$$

Effektiv brug af Maple til at løse de 2 betingelser og konvertere løsningen til rektangulær form:

restart

$z(t) := a \cdot e^{I \cdot t} + b \cdot e^{-I \cdot t}:$

$solve(\{z(0) = 1, z'(0) = 0\}) = \left\{a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}\right\}$

$a := \frac{1}{2} : b := \frac{1}{2} :$

$z(t) = \frac{e^{I t}}{2} + \frac{e^{-I t}}{2}$

$evalc(z(t)) = \cos(t)$