

Hesse-matrix (`VectorCalculus[Hessian]`)

Beregning af **Hesse-matricen** af en *funktion* af flere variable.

NB: Hesse-matricen rummer de 2. afledede af funktionen.

restart

$$f(x, y) := x^2 + x \cdot y + y^3 :$$

$$g(x, y, z) := \sin(x) + y \cdot z :$$

$$\text{VectorCalculus[Hessian]}(f(x, y), [x, y]) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6y \end{bmatrix}$$

$$\text{VectorCalculus[Hessian]}(g(x, y, z), [x, y, z]) = \begin{bmatrix} -\sin(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

NB: Ved at kalde "Hessian" sådan, kan man undgå at få hele "VectorCalculus"-pakken ind. Den ødelægger formatet for vektorer!

Man kan altså kalde en kommando i en pakke ved at skrive "pakkenavn[kommando]" uden at hente hele pakken ind.

Hvis man ønsker Hesse-matricen som en funktion, så anvendes *unapply*:

$H := \text{unapply}(\text{VectorCalculus[Hessian]}(f(x, y), [x, y]), [x, y]) :$

$$H(x, y) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6y \end{bmatrix}$$

Så kan man kort bestemmes Hesse-matricerne i mange punkter ved at anvende en liste (markeret med [og]):

$$[H(0, 0), H(1, 0), H(1, 1), H(0, 1)] = \left[\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \right]$$

Så kan egenværdierne let bestemmes kort med *Eigenvalues* sammen med **tilde** (~) :

$\text{LinearAlgebra[Eigenvalues]} \sim (\%, \text{output} = \text{list}) =$

$$\left[[1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}], [1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}], [4 + \sqrt{5}, 4 - \sqrt{5}], [4 + \sqrt{5}, 4 - \sqrt{5}] \right]$$

NB: **Tilde** (~) bevirker, at *Eigenvectors* anvendes på alle listens elementer.

Hvis man så ønsker tilnærmede værdier, så kan man anvende *evalf*:

$\text{evalf}(\%) =$

$$\left[[2.414213562, -0.414213562], [2.414213562, -0.414213562], [6.236067977, 1.763932023], [6.236067977, 1.763932023] \right]$$

Så kan man let se om egenværdierne er positive eller negative.

Jacobi-matricen (`VectorCalculus[Jacobian]`)

Beregning af **Jacobi-matricen** af en *vektorfunktion* af flere variable.

NB: Jacobi-matricen består af de 1. afledede af vektorfunktionen.

restart

$$f(x, y) := x^2 + x \cdot y + y^3 :$$

$$g(x, y) := \langle x^2 + x \cdot y, y^3 + 2 \cdot y \rangle :$$

$$h(x, y, z) := \langle \sin(x) + y, x - y - z, x^3 + z \rangle :$$

$$\text{VectorCalculus[Jacobian]}(\langle f(x, y) \rangle, [x, y]) = \begin{bmatrix} 2x + y & 3y^2 + x \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{VectorCalculus}[\text{Jacobian}](g(x, y), [x, y]) &= \begin{bmatrix} 2x + y & x \\ 0 & 3y^2 + 2 \end{bmatrix} \\ \text{VectorCalculus}[\text{Jacobian}](h(x, y, z), [x, y, z]) &= \begin{bmatrix} \cos(x) & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3x^2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

NB: Ved at kalde "Jacobian" sådan, kan man undgå at få hele "VectorCalculus"-pakken ind. Den ødelægger formatet for vektorer!

Man kan altså kalde en kommando i en pakke ved at skrive "pakkenavn[kommando]" uden at hente hele pakken ind.