

En funktion, hvor $\lim_{x \rightarrow a} (\lim_{y \rightarrow b} f(x, y))$ og $\lim_{y \rightarrow b} (\lim_{x \rightarrow a} f(x, y))$ begge eksisterer og er forskellige!

Kilde: Side 118, eksempel 7 i "Counterexamples in Analysis".

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{hvis } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{hvis } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (f(x, y)) = \frac{-y^2}{y^2} = -1$$

$$\text{Derfor er } \lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} (f(x, y))) = \lim_{y \rightarrow 0} (-1) = -1$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} (f(x, y)) = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\text{Derfor er } \lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} (f(x, y))) = \lim_{x \rightarrow 0} (1) = 1$$

$$\text{Dvs. } \lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} (f(x, y))) \neq \lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} (f(x, y)))$$