Skare af normalvektorer til en flade i rummet

$restart$
$with(plots) : with(VektorAnalyse4) : with(Integrator8) :$
$with(plot2D3D2) = [NormalVektorer, TangentVektorer, plot2D, plot3D]$

Med Steens Maple-pakke "plot2D3D2" kan man let illustrere en kurveskare af normalvektorer på en given flade i rummet.

Notation:
NormalVektorer(parametrisering af fladen , parameterintervallerne , farve af tangenterne , antal normalvektorer i første parameterretning , antal normalvektorer i anden parameterretning)

En massiv cirkelskive som flade i rummet

Parametrisering af den massive cirkelskive

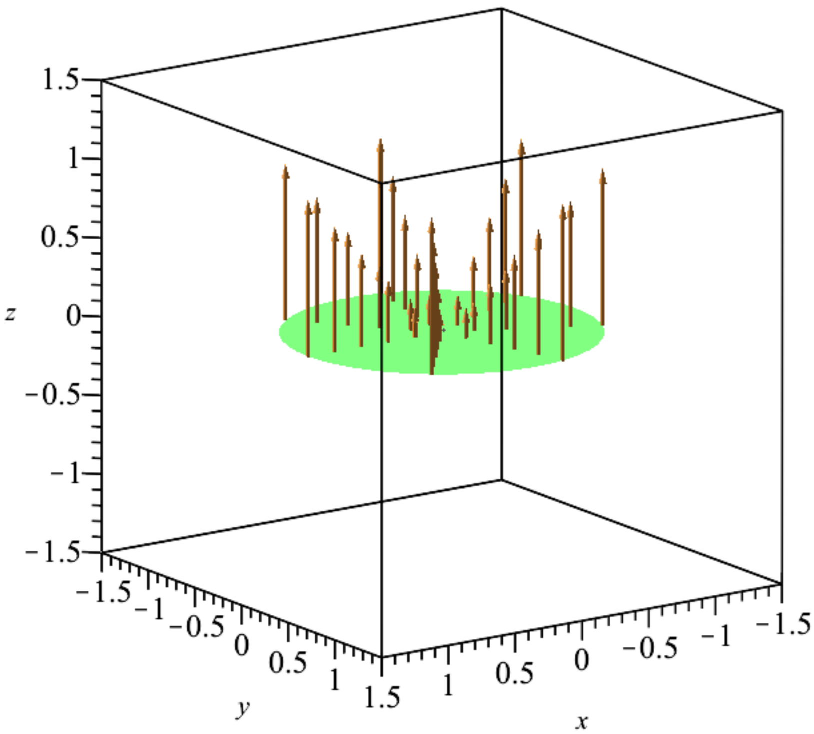
$r_c(u, v) := \langle u \cdot \cos(v), u \cdot \sin(v), 0 \rangle :$

$$r_c(u, v) = \begin{bmatrix} u\cos(v) \\ u\sin(v) \\ 0 \end{bmatrix}$$

hvor $u \in [0; 1]$ og $v \in [0; 2 \cdot \pi]$

Plot af flade og normalvektorer (retningen afhænger af parametriseringen):

$F_c := plot3d\left(r_c(u, v), u = 0..1, v = 0..2 \cdot \pi, color = green, style = patchnogrid, transparency = 0.5, labels = [x, y, z]\right) :$
$N_c := NormalVektorer\left(r_c(u, v), [0, 1, 0, 2 \cdot \pi], gold, 6, 8\right) :$
$display\left(F_c, N_c, view = [-1.5..1.5, -1.5..1.5, -1.5..1.5]\right)$



Parametriseringen giver tydeligvis opadrettede normalvektorer overalt på fladen.
Vigtig viden i forbindelse med brug af Stokes sætning.

En nedadbøjet parabol som flade i rummet

Parametrisering af parabolen:

$r_p(u, v) := \langle u \cdot \cos(v), u \cdot \sin(v), u^2 - 1 \rangle :$

$$r_p(u, v) = \begin{bmatrix} u\cos(v) \\ u\sin(v) \\ u^2 - 1 \end{bmatrix}$$

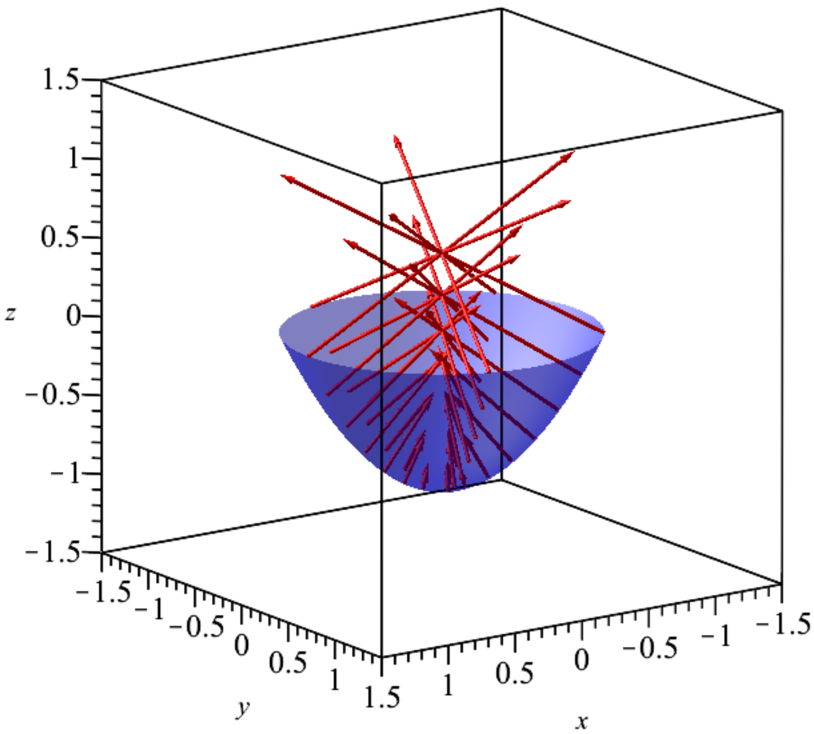
hvor $u \in [0; 1]$ og $v \in [0; 2 \cdot \pi]$

Plot af flade og normalvektorer:

$F_p := plot3d\left(r_p(u, v), u = 0 ..1, v = 0 ..2 \cdot \pi, color = blue, style = patchnogrid, transparency = 0.5, labels = [x, y, z]\right) :$

$N_p := NormalVektorer\left(r_p(u, v), [0, 1, 0, 2 \cdot \pi], red, 8, 6\right) :$

$display\left(F_p, N_p, view = [-1.5 ..1.5, -1.5 ..1.5, -1.5 ..1.5]\right)$



Parametriseringen giver tydeligvis opadrettede normalvektorer overalt på fladen.
Vigtig viden i forbindelse med brug af Stokes sætning.

En ellipsoide-skal som en lukket flade i rummet

Parametrisering af ellipsoide-skal:

$r_e(u, v) := \langle 3 \cdot \sin(u) \cdot \cos(v), 2 \cdot \sin(u) \cdot \sin(v), 1 \cdot \cos(u) \rangle$:

$$r_e(u, v) = \begin{bmatrix} 3 \sin(u) \cos(v) \\ 2 \sin(u) \sin(v) \\ \cos(u) \end{bmatrix}$$

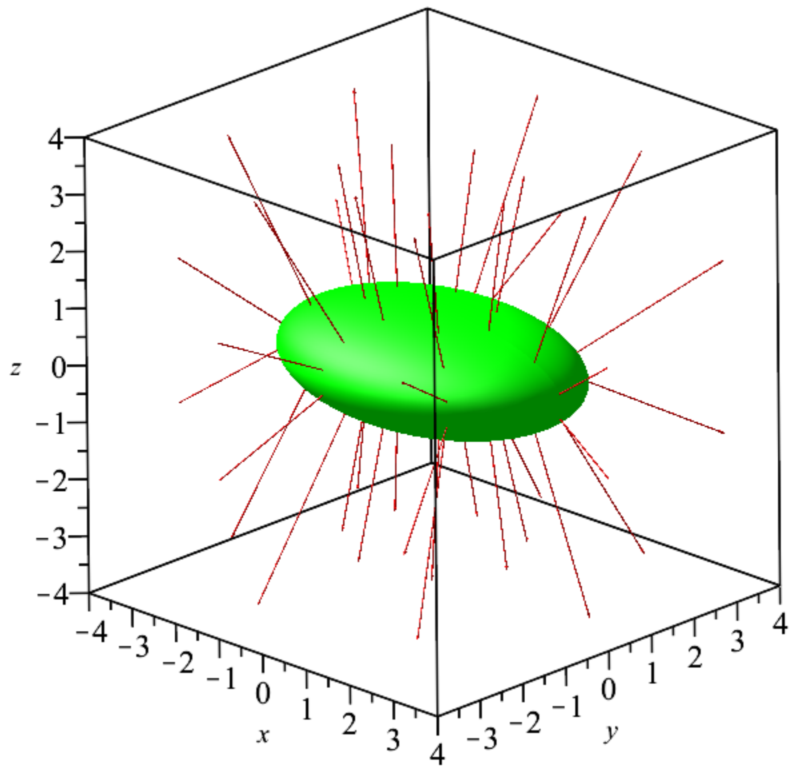
hvor $u \in [0; \pi]$ og $v \in [0; 2 \cdot \pi]$

Plot af flade og normalvektorer:

$F_e := plot3d\left(r_e(u, v), u = 0..\pi, v = 0..2 \cdot \pi, color = green, style = patchnogrid, labels = [x, y, z]\right)$:

$N_e := NormalVektorer\left(r_e(u, v), [0, \pi, 0, 2 \cdot \pi], red, 8, 8\right)$:

$display\left(F_e, N_e, view = [-4..4, -4..4, -4..4]\right)$



Parametriseringen giver tydeligvis udadrettede normalvektorer overalt på fladen.
Vigtig viden i forbindelse med brug af Gauss sætning.