

Uge 09, store dag, opgave 7B

Opg 7: Komplekse differentialligninger. Håndregning

De komplekse funktioner $z(t)$ som er defineret for $t \in \mathbb{R}$, og som kan differentieres et vilkårligt antal gange, udgør et vektorrum som betegnes $(C^\infty(\mathbb{R}), \mathbb{C})$.

En lineær afbildning $f : (C^\infty(\mathbb{R}), \mathbb{C}) \rightarrow (C^\infty(\mathbb{R}), \mathbb{C})$ er givet ved

$$f(z(t)) = z''(t) + z(t).$$

B

Vis at der findes netop én funktion $z_0(t)$ i $U = \text{span}\{e^{it}, e^{-it}\}$ som opfylder begyndelsesværdibetingelserne $z(0) = 1$ og $z'(0) = 0$, og opskriv den på rektangulær form.

ANSWER

$$z_0(t) = \cos(t).$$

Effektiv brug af Maple til at løse de 2 betingelser og konvertere løsningen til rektangulær form:

restart

$$z(t) := a \cdot e^{I \cdot t} + b \cdot e^{-I \cdot t};$$

$$\text{solve}(\{z(0) = 1, z'(0) = 0\}) = \left\{ a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\text{subs}(\%, z(t)) = \frac{e^{I t}}{2} + \frac{e^{-I t}}{2}$$

$$\text{evalc}(\%) = \cos(t)$$