

Effektiv Maple løsning af 2. ordens differentiaalligning (eNote 18)

Tilfældet med 2 komplekst konjugerede egenverdier

Opgave 1A, uge 13, StoreDag

Givet den homogene differentiaalligning

A

$$x''(t) + 2x'(t) + 5x(t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Find den fuldstændige løsning.

restart

Karakterligningen: $\lambda^2 + 2\lambda + 5 = 0$

$\text{solve}(\lambda^2 + 2\lambda + 5 = 0, \lambda) = -1 + 2I, -1 - 2I$

Dvs. 2 komplekst konjugerede rødder.

$\lambda_1 := \%[1] = -1 + 2I$

Den fuldstændige reelle løsning

$x := \text{unapply}\left(\text{evalc}\left(c_1 \cdot \text{Re}\left(e^{\lambda_1 \cdot t}\right) + c_2 \cdot \text{Im}\left(e^{\lambda_1 \cdot t}\right)\right), t\right):$

$x(t) = c_1 e^{-t} \cos(2t) + c_2 e^{-t} \sin(2t)$

Konklusion: $x(t) = (c_1 \cdot \cos(2 \cdot t) + c_2 \cdot \sin(2 \cdot t)) \cdot e^{-t}$ hvor $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$

Betinget reel løsning

Som opfylder: $x(0) = 1$ og $x'(0) = 2$.

$\text{solve}(\{x(0) = 1, x'(0) = 2\}) = \left\{c_1 = 1, c_2 = \frac{3}{2}\right\}$

$\text{subs}(\%, x(t)) = e^{-t} \cos(2t) + \frac{3 e^{-t} \sin(2t)}{2}$

Konklusion: $x(t) = \left(\cos(2 \cdot t) + \frac{3}{2} \cdot \sin(2 \cdot t)\right) \cdot e^{-t}$