Hesse-matrix ($VectorCalculus[Hessian]$)

Beregning af **Hesse-matricen** af en *funktion* af flere variable.
NB: Hesse-matricen rummer de 2. afledede af funktionen.

$restart$
$f(x,y) := x^2 + x \cdot y + y^3 :$
$g(x,y,z) := \sin(x) + y \cdot z :$

$$VectorCalculus[Hessian](f(x,y),[x,y]) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6\,y \end{bmatrix}$$

$$VectorCalculus[Hessian](g(x,y,z),[x,y,z]) = \begin{bmatrix} -\sin(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

NB: Ved at kalde "Hessian" sådan, kan man undgå at få hele "VectorCalculus"-pakken ind. Den ødelægger formatet for vektorer!
Man kan altså kalde en kommando i en pakke ved at skrive "pakkenavn[kommando]" uden at hente hele pakken ind.

Hvis man ønsker Hesse-matricen som en funktion, så anvendes *unapply*:
$H := unapply(VectorCalculus[Hessian](f(x,y),[x,y]), [x,y]) :$

$$H(x,y) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6\,y \end{bmatrix}$$

Så kan man kort bestemmes Hesse-matricerne i mange punkter ved at anvende en liste (markeret med [og]):

$$[H(0,0), H(1,0), H(1,1), H(0,1)] = \left[\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \right]$$

Så kan egenværdierne let bestemmes kort med *Eigenvalues* sammen med **tilde** (~) :
$LinearAlgebra[Eigenvalues]\sim(\%, output = list) =$
$$\left[\left[1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}\right], \left[1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}\right], \left[4+\sqrt{5}, 4-\sqrt{5}\right], \left[4+\sqrt{5}, 4-\sqrt{5}\right]\right]$$
NB: **Tilde** (~) bevirker, at *Eigenvectors* anvendes på alle listens elementer.

Hvis man så ønsker tilnærmede værdier, så kan man anvende *evalf* :
$evalf(\%) =$
$$[[2.414213562, -0.414213562], [2.414213562, -0.414213562], [6.236067977, 1.763932023], [6.236067977, 1.763932023]]$$
Så kan man let se om egenværdierne er postive eller negative.

Jacobi-matricen ($VectorCalculus[Jacobian]$)

Beregning af **Jacobi-matricen** af en *vektorfunktion* af flere variable.
NB: Jacobi-matricen består af de 1. afledede af vektorfunktionen.

$restart$
$f(x,y) := x^2 + x \cdot y + y^3 :$

$g(x, y) := \langle x^2 + x \cdot y, y^3 + 2 \cdot y \rangle :$
$h(x, y, z) := \langle \sin(x) + y, x - y - z, x^3 + z \rangle :$

$VectorCalculus[Jacobian](\langle f(x, y) \rangle, [x, y]) = \begin{bmatrix} 2x + y & 3y^2 + x \end{bmatrix}$

$VectorCalculus[Jacobian](g(x, y), [x, y]) = \begin{bmatrix} 2x + y & x \\ 0 & 3y^2 + 2 \end{bmatrix}$

$VectorCalculus[Jacobian](h(x, y, z), [x, y, z]) = \begin{bmatrix} \cos(x) & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3x^2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

NB: Ved at kalde "Jacobian" sådan, kan man undgå at få hele "VectorCalculus"-pakken ind. Den ødelægger formatet for vektorer!
Man kan altså kalde en kommando i en pakke ved at skrive "pakkenavn[kommando]" uden at hente hele pakken ind.