Skare af tangentvektorer tegnet på kurve i rummet

restart
$with(plots):$
$with(plot2D3D2) = [NormalVektorer, TangentVektorer, plot2D, plot3D]$

Med Steens Maple-pakke "plot2D3D2" kan man let illustrere en kurveskare af tangenter på en given kurve i rummet.

Notation:
TangentVektorer(parametrisering af kurven , parameterinterval , farve af tangenterne , antal tangentvektorer)

Ellipse (lukket kurve i $\mathbb{R}^3$)

Givet en parameterfremstilling for en ellipse i $\mathbb{R}^3$:

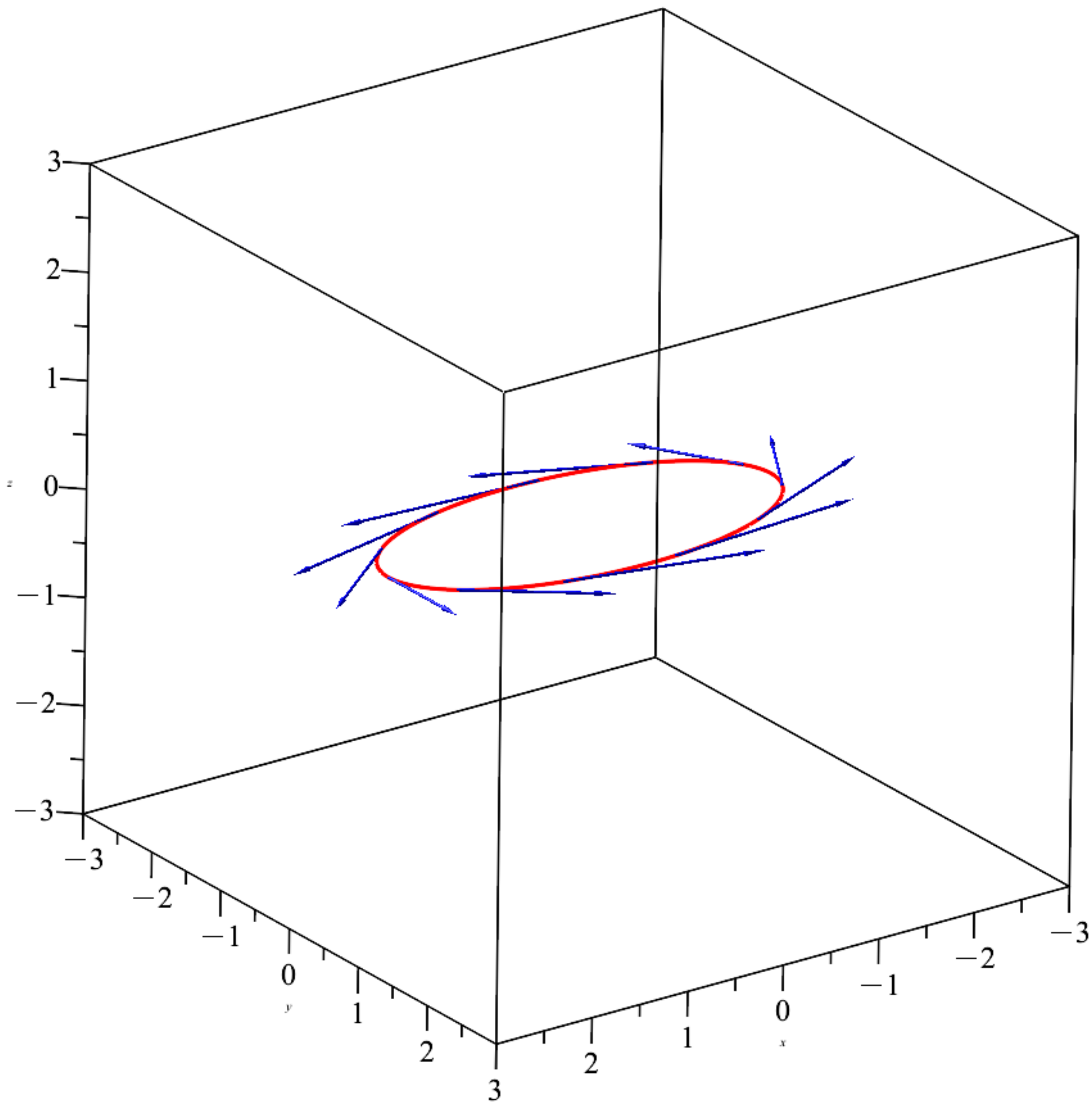
$r_e(u) := \langle 2\cdot \cos(u), \sin(u), 0\rangle :$

$$r_e(u) = \begin{bmatrix} 2\cos(u) \\ \sin(u) \\ 0 \end{bmatrix}$$

hvor $u \in [0; 2\cdot\pi]$

Tegning af ellipsen og 12 tangentvektorer, som peger i retningen givet ved parametriseringen:

$K_e := spacecurve\left(r_e(u), u = 0..2\cdot\pi, color = red, thickness = 3, labels = [x, y, z]\right) :$
$T_e := TangentVektorer\left(r_e(u), [0, 2\cdot\pi], blue, 12\right) :$
$display\left(K_e, T_e, view = [-3..3, -3..3, -3..3]\right)$



Vivianis kurve (ikke-lukket kurve i $\mathbb{R}^3$)

Kilde:
https://en.wikipedia.org/wiki/Viviani%27s_curve

$$\begin{aligned} x &= r\cdot\cos\theta\cdot\cos\theta \\ y &= r\cdot\cos\theta\cdot\sin\theta \\ z &= r\cdot\sin\theta \qquad\qquad -\tfrac{\pi}{2}\le\theta\le\tfrac{\pi}{2}\,. \end{aligned}$$

Givet en parameterfremstilling for en Vivianis kurve i $\mathbb{R}^3$:

$r_v(u) := \langle 2\cdot\cos(u)\cdot\cos(u), 2\cdot\cos(u)\cdot\sin(u), 2\cdot\sin(u)\rangle$:

$$r_v(u) = \begin{bmatrix} 2\cos(u)^2 \\ 2\cos(u)\sin(u) \\ 2\sin(u) \end{bmatrix}$$

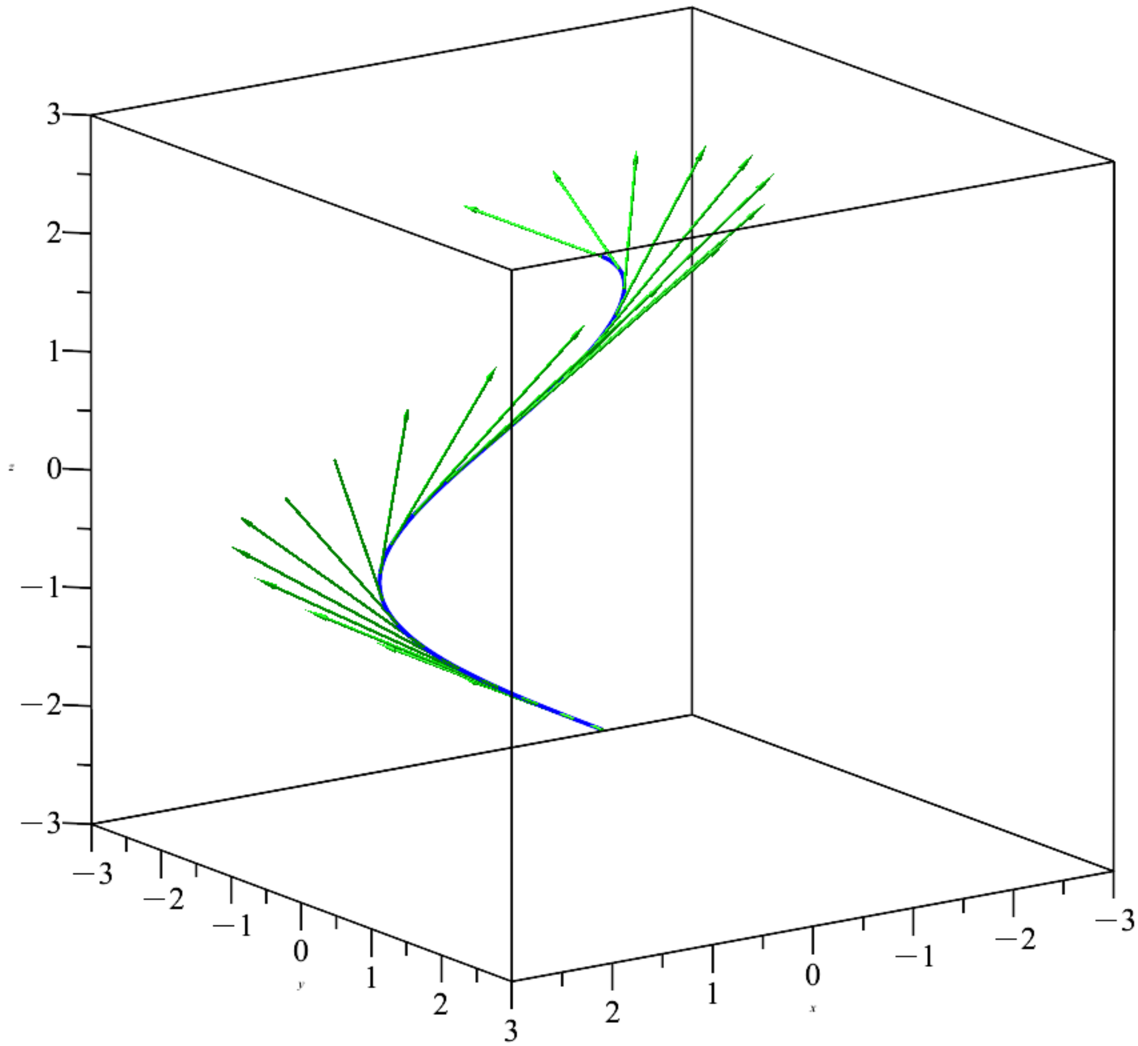
hvor $u \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Tegning af Vivianis kurve og 20 tangentvektorer, som peger i retningen givet ved parametriseringen:

$K_v := spacecurve\left(r_v(u), u = -\frac{\pi}{2} .. \frac{\pi}{2}, color = blue, thickness = 3, labels = [x, y, z]\right)$:

$T_v := TangentVektorer\left(r_v(u), \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], green, 20\right)$:

$display(K_v, T_v, view = [-3..3, -3..3, -3..3])$


3
2
1
0
−1
−2
−3
z
y
x