

## En funktion, hvor Taylor-polynomiet kun passer på et vist område

I dette eksempel ser man, at **konvergens-radius**  $r$  for Taylor-polynomiet kan være endelig.

Det betyder, at uanset, hvor mange grader man tager med i Taylor-polynomiet, så passer den kun i intervallet  $]x_0 - r, x_0 + r[$

Test påstanden ved at prøve med forskellige værdier af udviklingspunktet  $x_0$  og graden  $n$ .

> restart

>  $f(x) := \frac{1}{1+x^2}$

$$f := x \mapsto \frac{1}{1+x^2} \quad (1)$$

>  $x_0 := 0$

$$x_0 := 0 \quad (2)$$

>  $n := 5$

$$n := 5 \quad (3)$$

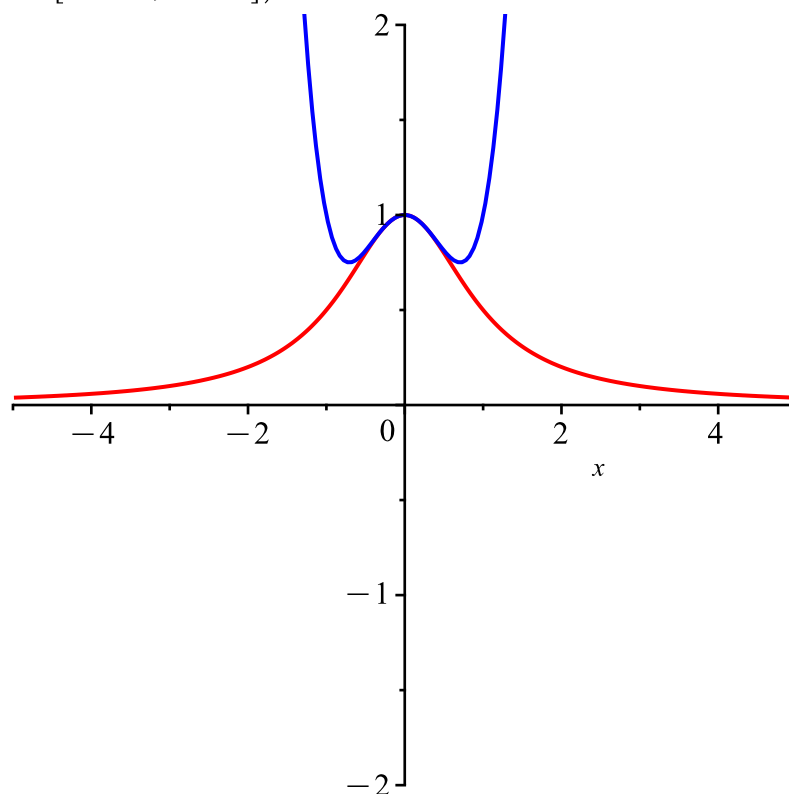
>  $g(x) := \text{mtaylor}(f(x), x=x_0, n) :$

> with(plots) :

plot1 := plot(f(x), x=-5..5, color=red) :

plot2 := plot(g(x), x=-5..5, color=blue) :

display(plot1, plot2, view=[-5..5, -2..2])



### Forklaring

Funktionen  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  er veldefineret for alle  $x \in \mathbb{R}$ ,

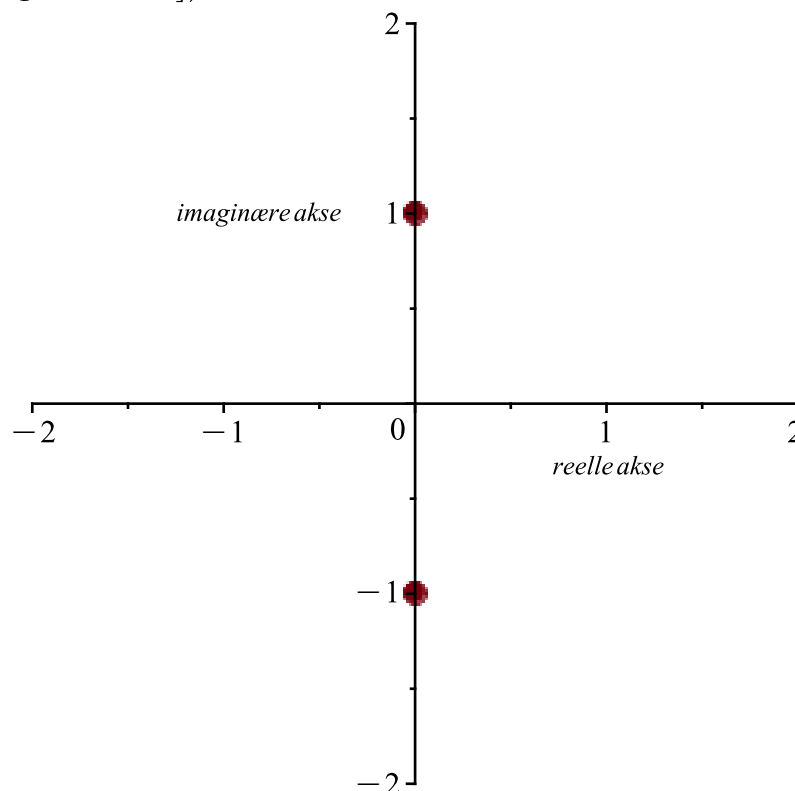
Men funktionen har indenfor de komplekse tal faktisk 2 nulpunkter i nævneren:

```
> solve(1 + x^2 = 0)
```

```
I, -I
```

(1.1)

```
> complexplot( [%], view = [-2..2, -2..2], style = point, symbol = solidcircle, symbolsize = 20, labels = [reelle akse, imaginære akse])
```



Nævneren i funktionen  $f(x)$  har altså 2 komplekse rødder:  $I$  og  $-I$ .

Vi antager, at  $x_0$  ligger på den reelle akse.

Og finder så afstanden mellem  $x_0$  og de 2 rødder:

```
> Konvergensradius1 := abs(x_0 - I)
```

```
Konvergensradius1 := 1
```

(1.2)

```
> Konvergensradius2 := abs(x_0 + I)
```

```
Konvergensradius2 := 1
```

(1.3)

```
> Konvergensradius3 := sqrt(x_0^2 + 1)
```

```
Konvergensradius3 := 1
```

(1.4)

Her gælder, at hvis udviklingspunktet hedder  $x_0$ , så er konvergensradius  $r = \sqrt{x_0^2 + 1}$

Det er jo faktisk bare Pythagoras' sætning!

**Passer det men dine forsøg ovenfor?**