

Uge07 SD E22, opgave 6 B

> restart

> with(LinearAlgebra) :

> a1 := ⟨1, 0, 1, 0, 1, 0⟩ : a2 := ⟨0, 1, 1, 1, 1, -1⟩ : b1 := ⟨4, -5, -1, -5, -1, 5⟩ : b2 := ⟨-3, 2, -1, 2, -1, -2⟩ :

> M1 := ⟨a1|a2|b1|b2⟩

$$M1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

(1)

> Rank(M1)

2

(2)

> ReducedRowEchelonForm(M1)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3)

Tjek:

> b1 = 4·a1 - 5·a2

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ -1 \\ -5 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ -1 \\ -5 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

(4)

> b2 = -3·a1 + 2·a2

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

(5)

Dvs. b'erne kan skrives som en linearkombination af a'erne.

> M2 := ⟨b1|b2|a1|a2⟩

$$M2 := \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 & 0 \\ -5 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -5 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 5 & -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$> \text{Rank}(M2) \quad 2 \quad (7)$$

$$> \text{ReducedRowEchelonForm}(M2) \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{7} & -\frac{3}{7} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & -\frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tjek:

$$> a1 = -\frac{2}{7} \cdot b1 - \frac{5}{7} \cdot b2 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$> a2 = -\frac{3}{7} \cdot b1 - \frac{4}{7} \cdot b2 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Dvs. a'erne kan skrives som en linearkombination af b'erne.

Konklusion: a'erne og b'erne udspænder samme underrum!