Uge 09, store dag, opgave 7B

Opg 7: *Komplekse differentialligninger. Håndregning*

De komplekse funktioner $z(t)$ som er defineret for $t \in \mathbb{R}$, og som kan differentieres et vilkårligt antal gange, udgør et vektorrum som betegnes $(C^\infty(\mathbb{R}), \mathbb{C})$.

En lineær afbildning $f : (C^\infty(\mathbb{R}), \mathbb{C}) \to (C^\infty(\mathbb{R}), \mathbb{C})$ er givet ved

$$f(z(t)) = z''(t) + z(t) \,.$$

B

Vis at der findes netop én funktion $z_0(t)$ i $U = \operatorname{span}\left\{e^{it}, e^{-it}\right\}$ som opfylder begyndelsesværdibetingelserne $z(0) = 1$ og $z'(0) = 0$, og opskriv den på rektangulær form.

ANSWER

$$z_0(t) = \cos(t) \,.$$

Effektiv brug af Maple til at løse de 2 betingelser og konvertere løsningen til rektangulær form:

restart

$z(t) := a \cdot e^{I \cdot t} + b \cdot e^{-I \cdot t}$:

$solve(\{z(0) = 1, z'(0) = 0\}) = \left\{a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}\right\}$

$subs(\%, z(t)) = \frac{e^{It}}{2} + \frac{e^{-It}}{2}$

$evalc(\%) = \cos(t)$