

# Matematik, STX A, 28. maj 2015, opgave 9

En stikprøve fra en population er udvalgt på tilfældig måde. Personerne i stikprøven har svaret på spørgsmålet

*"Bør der indføres forbud mod at bære hovedbeklædning i offentlige bygninger?"*.

Svarene på spørgsmålet er opdelt efter personernes uddannelse, og svarene fordeler sig som vist i tabellen.

	Ja	Nej
Erhvervsuddannelse	102	132
Videregående uddannelse af kort varighed	43	63
Videregående uddannelse af mellemlang varighed	80	157
Videregående uddannelse af lang varighed	30	84
Grundskoleuddannelse	72	99

På grundlag af svarene fra personerne i stikprøven skal det undersøges, om der er uafhængighed mellem uddannelse og holdning til spørgsmålet.

- Opstil en nulhypotese, og bestem med udgangspunkt heri de forventede værdier.
- Afgør på et 5% signifikansniveau, om nulhypotesen kan forkastes.

```
> restart  
> with(Gym) :
```

## ▼ a) Nulhypotese og forventede værdier

**Nulhypotese:** ønsket om forbud imod hovedbeklædning er uafhængigt af uddannelsesniveaue

De observerede værdier indtastes i en matrix:

```
> OBS :=
```

$$\begin{bmatrix} 102 & 132 \\ 43 & 63 \\ 80 & 157 \\ 30 & 84 \\ 72 & 99 \end{bmatrix}$$

```
OBS :=
```

$$\begin{bmatrix} 102 & 132 \\ 43 & 63 \\ 80 & 157 \\ 30 & 84 \\ 72 & 99 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

De forventede værdier beregnes:

```
> FORV := forventet(OBS)
```

```
FORV :=
```

$$\begin{bmatrix} 88.768 & 145.23 \\ 40.211 & 65.789 \\ 89.906 & 147.09 \\ 43.246 & 70.754 \\ 64.869 & 106.13 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

eller:

De forventede hyppigheder beregnes ud fra formlen:  $\frac{\text{vandret sum}}{\text{sum ialt}} \cdot \text{lodret sum}$ , dvs. brøkdelen

skal bevares!

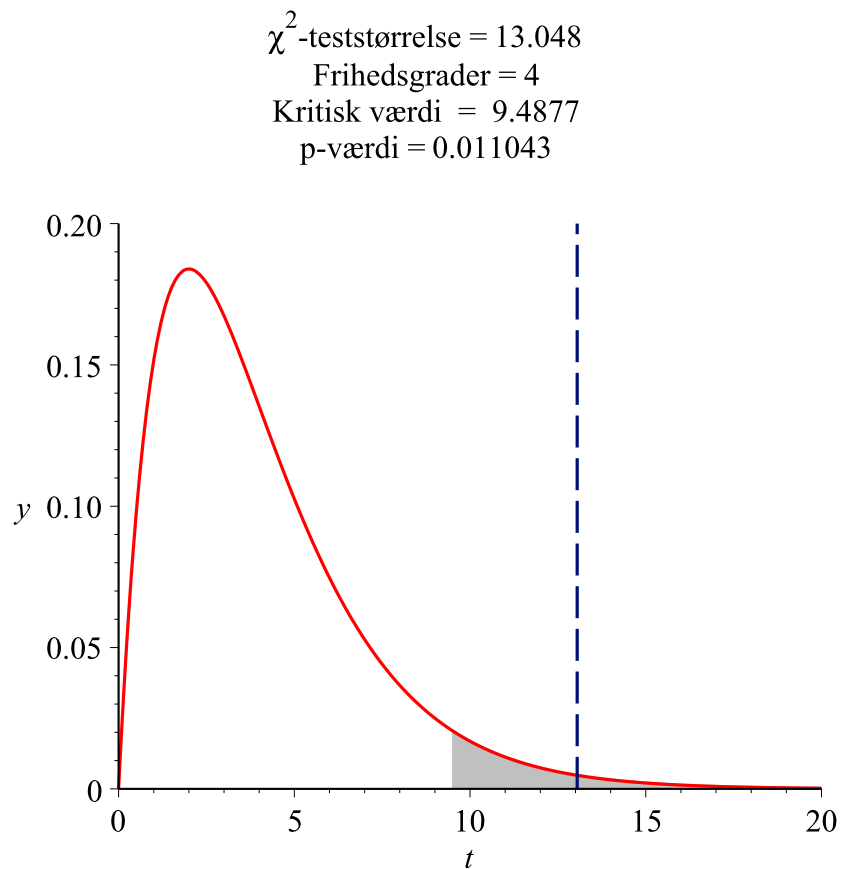
## b) Tests

### Uafhængighedstest i Maple 18/2015 (korrekt)

Der udføres en  $\chi^2$ -test af typen "uafhængighed".

NB: antal frihedsgrader er:  $(\text{antal rækker} - 1) \cdot (\text{antal søjler} - 1) = (5 - 1) \cdot (2 - 1) = 4 \cdot 1 = 4$ .

```
> ChiKvadratUtest(OBS, level=0.05)
```

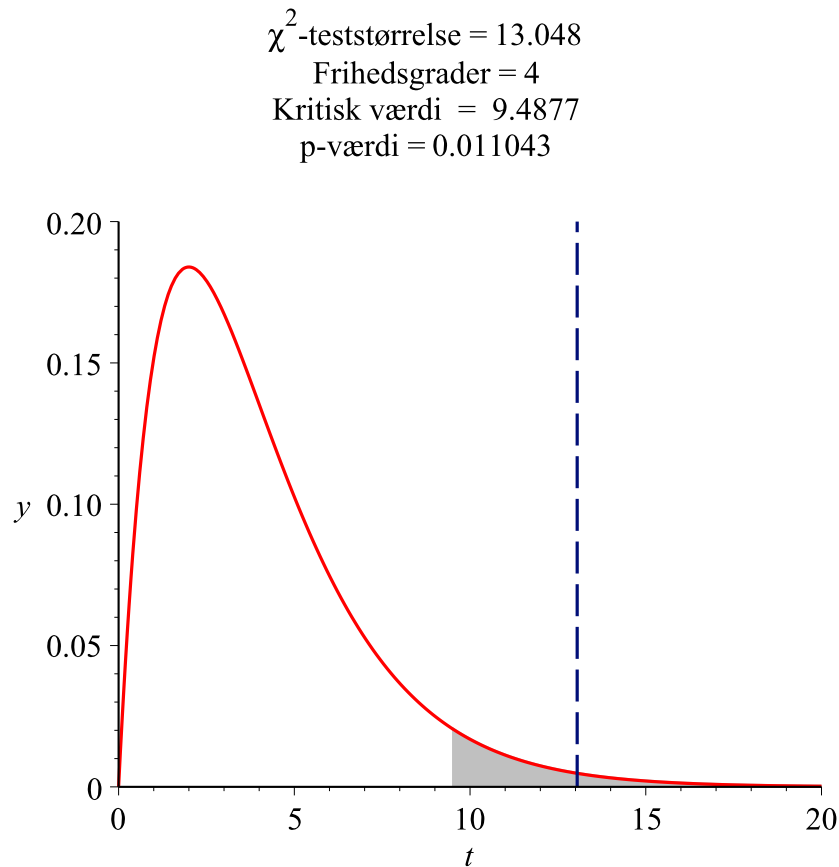


Altså: metoden giver det korrekte tal for  $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.048, for kritisk værdi = 9.4877 og for p-værdien = 0.011.

### Uafhængighedstest i Maple 18/2015 (uheldigt, at det virker)

**NB: Maple 18 ignorerer åbenbart den forventede matrix  $FORV$ , som fejlagtigt overføres i næste eksempel!**

> `ChiKvadratUtest(OBS, FORV, level = 0.05)`



Altså: metoden giver det korrekte tal for  $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.048, for kritisk værdi = 9.4877 og for p-værdien = 0.011.

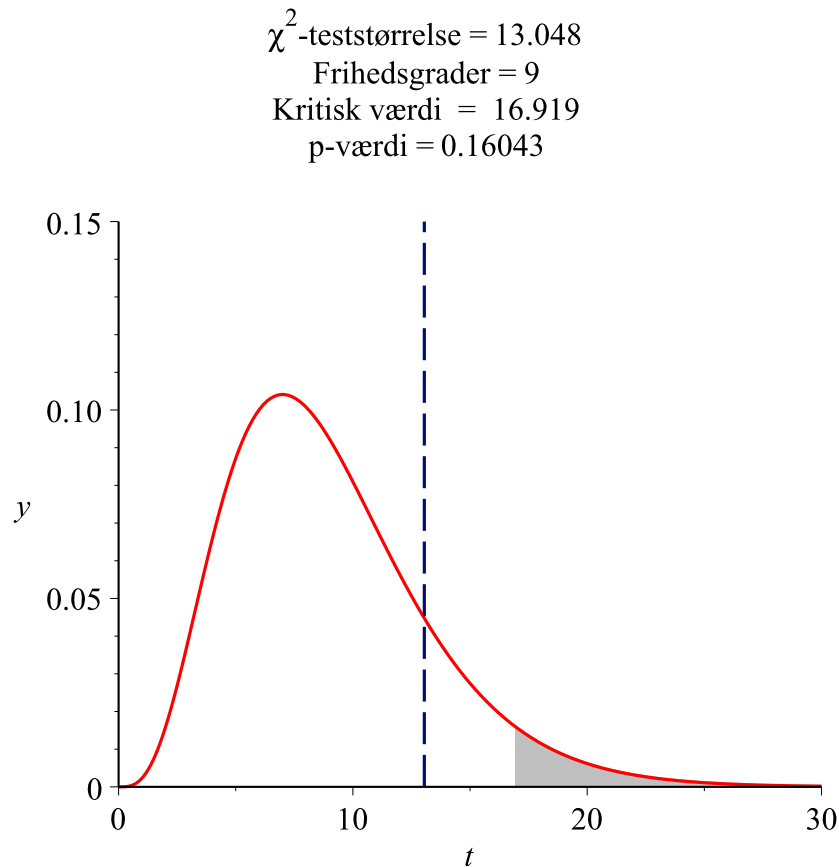
### GOF-test i Maple 18/2015 (virker det?)

Hvad sker der, hvis man anvender en GOF-test i stedet for en UAFHÆNGIGHEDS-test?

```
> convert(OBS, vector)
      [ 102 132 43 63 80 157 30 84 72 99 ]      (2.3.1)
```

```
> convert(FORV, vector)
      [ 88.768 145.23 40.211 65.789 89.906 147.09 43.246 70.754 64.869 106.13 ] (2.3.2)
```

```
> ChiKvadratGOFtest(convert(OBS, vector), convert(FORV, vector))
```



**NB: Ved brug af GOF-test bliver antal frihedsgrader forkert!  
 Dermed er også kritisk værdi og p-værdien forkert!**

**Men  $\chi^2$ -teststørrelsen er korrekt.**

**Hvis man har indset, at antal frihedsgrader er 4, så kan den korrekte kritiske værdi beregnes.  
 og dermed kan man lave en korrekt konklusion!**

```
> with(Statistics) :
```

```
> X := RandomVariable(ChiSquare(4)) :
```

```
> KritiskVÆRDI := Quantile(X, 1 - 0.05)
```

```
KritiskVÆRDI := 9.48772903678116
```

**(2.3.3)**

Altså: metoden giver det korrekte tal for  $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.048 og for kritisk værdi = 9.4877.

## GeoGebra 5 (sandsynlighedslommeregneren)

Indtastning i sandsynlighedslommeregneren i GeoGebra 5.

Laver en såkaldt "**Chi\_i\_anden\_test**".

NB: indtaster *kun* den givne matrix OBS.

Chi2test Sandsynlighedslommeregner.ggb

Fil Rediger Vis Indstillinger Værktøj Vindue Hjælp

Fordeling Statistik

Chi\_i\_anden Test

Rækker 5 Søjler 2

Række %  Søjle %  Forventet antal  X<sup>2</sup> bidrag

	102	132
	43	63
	80	157
	30	84
	72	99
	327	535

Resultat

Chi\_i\_anden Test

df	4
X <sup>2</sup>	13.0482
P	0.01104

Altså: metode giver det korrekte tal for  $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.0482 og for p-værdien = 0.011.

Man kan iøvrigt let få vist de *forventede* værdier samt de enkelte bidrag til  $\chi^2$ -teststørrelsen (sæt hak):

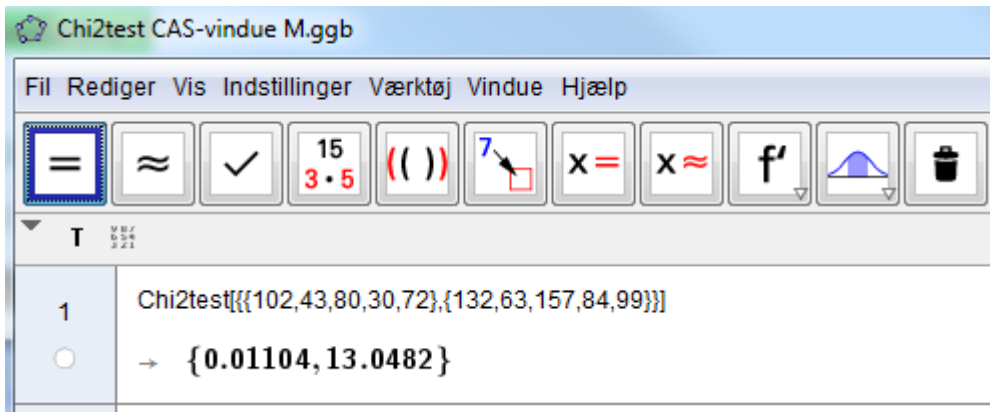
	<input type="checkbox"/> Række %	<input type="checkbox"/> Søjle %	<input checked="" type="checkbox"/> Forventet antal	<input checked="" type="checkbox"/> $\chi^2$ bidrag
	102	132		
	88.76798	145.23202		
	1.9724	1.20556		
	43	63		
	40.21114	65.78886		
	0.19342	0.11822		
	80	157		
	89.90603	147.09397		
	1.09147	0.66712		
	30	84		
	43.24594	70.75406		
	4.05714	2.47979		
	72	99		
	64.86891	106.13109		
	0.78393	0.47915		
	327	535		

## GeoGebra 5 (CAS-vinduet)

Læs evt. [http://wiki.geogebra.org/en/ChiSquaredTest\\_Command](http://wiki.geogebra.org/en/ChiSquaredTest_Command)

Hvis man i **CAS-vinduet** i GeoGebra 5 anvender kommandoen "**Chi2test**" på kun matricen OBS, så laver man faktisk en UAFHÆNGIGHEDS-test:



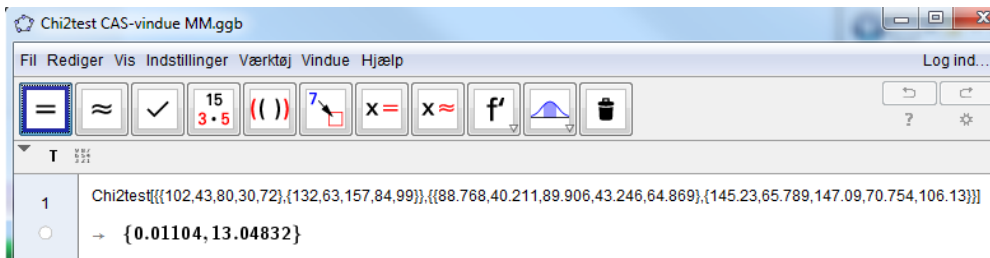


Altså: metoden giver det korrekte tal for  $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.048 og for p-værdien = 0.011.

## GeoGebra 5 (CAS-vinduet)

Læs evt. [http://wiki.geogebra.org/en/ChiSquaredTest\\_Command](http://wiki.geogebra.org/en/ChiSquaredTest_Command)

Hvis man i CAS-vinduet i GeoGebra 5 anvender kommandoen "Chi2test" på de 2 matricer OBS og FORV, så laver man faktisk en GOF-test:



Altså: metoden giver det korrekte tal for  $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.05 og for p-værdien = 0.011.

## WordMat

En "CHI2 test" (uafhængighedstest) udføres, hvor kun OBS indskrives.

$\chi^2$ -test	Observationer		I alt	Forventede		I alt	
	ja	nej		ja	nej		
	Erhvervsudd	102	132	234	88,76798	145,232	234
kort udd	43	63	106	40,21114	65,78886	106	
mellemlang udd	80	157	237	89,90603	147,094	237	
lang udd	30	84	114	43,24594	70,75406	114	
grundskole	72	99	171	64,86891	106,1311	171	
I alt	327	535	862	327	535	862	
P-værdi:	1,1043%		Der er en sammenhæng				
Signifikans niveau:	5%						
Frihedsgrader:	4						
Q-værdi:	13,04820265	1,97240393	1,20556277	0,19342297	0,11822301	1,09146713	0,66712103
Kritisk Q-værdi:	9,487729037						

Altså: metoden giver det korrekte tal for  $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.048, for kritisk værdi = 9.4877 og for p-værdien = 0.011.

Tak til Steen Hjerrild, Vesthimmerlands Gymnasium og HF.

### TI-nSpire

Chi<sup>2</sup>-uafhængighedstest: **chi2way observeret\_matrix**  
 Anvendes *chi2way*, så indskrives kun *OBS*-matricen.

stat.results giver en matrix med chi2-teststørrelse, p-værdi og antal frihedsgrader

stat.expmatrix giver de forventede værdier

Tak til Bjarne Lund Pedersen, Midtsjællands Gymnasium.

### TI-nSpire

Chi<sup>2</sup>-goodness-of-fit: **chi2gof observeret\_liste,forventet\_liste,antal\_frihedsgrader**  
 Anvendes *chi2gof*, så skal man angive *OBS*, *FORV* og antal frihedsgrader.

Dvs. man skal selv udregne de forventede værdier og antal frihedsgrader.

Tak til Bjarne Lund Pedersen, Midtsjællands Gymnasium.

**Konklusion:** nulhypotesen skal forkastes

fordi:

- $\chi^2$ -teststørrelsen = 13.048 er større end den kritiske værdi = 9.4877
- p-værdien = 0.011 er mindre end signifikansniveauet = 0.05