

Eksamensopgave, 31. maj 2012, opgave 13, STX-A

En funktion f er givet ved

$$f(x) = 6,5 \sin(0,0849x) + 6.$$

Grafen for f afgrænser sammen med koordinataksene og linjen med ligningen $x = 38$ et område M , der har et areal.

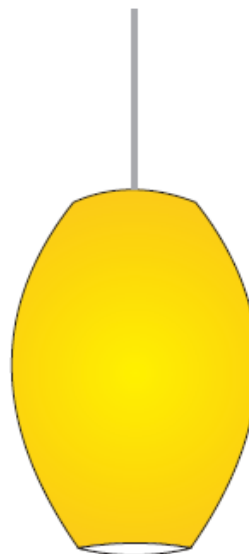
a) Skitsér grafen for f , og bestem arealet af M .

En loftslampes ydre har samme form, som overfladen af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° omkring førsteaksen, idet enheden på koordinatsystemets akser er cm.

Det oplyses, at overfladearealet af dette omdrejningslegeme kan beregnes ved integralet

$$O = 2\pi \int_0^{38} f(x) \cdot \sqrt{1 + f'(x)^2} dx.$$

b) Bestem lampens overfladeareal.



> restart

> $f := x \rightarrow 6.5 \cdot \sin(0.0849 \cdot x) + 6$

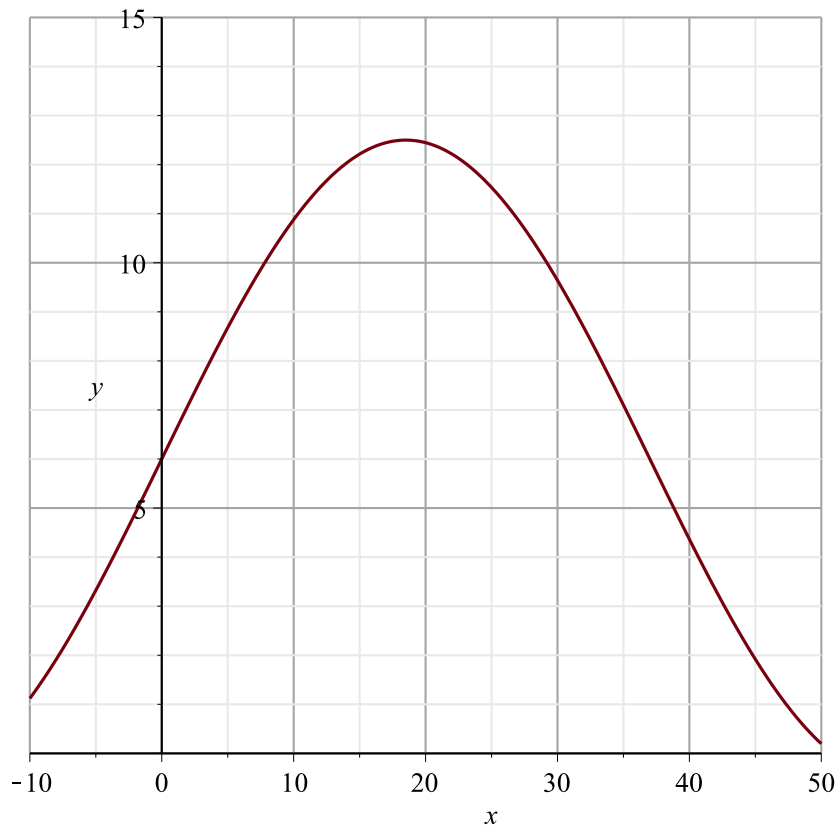
$f := x \rightarrow 6.5 \sin(0.0849 x) + 6$

(1)

▼ a) Grafen og arealet af M

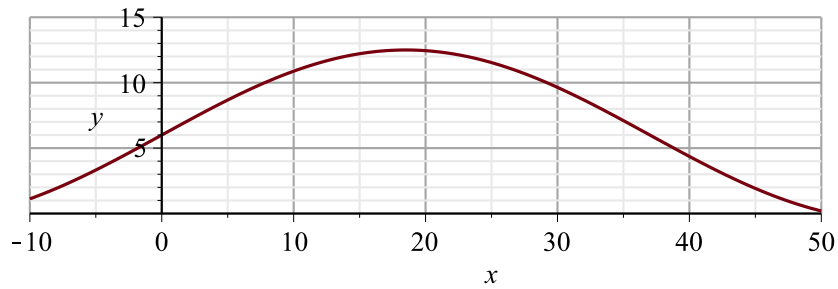
[Hurtigt plot:

> $plot(f(x), x = -10 .. 50, y = 0 .. 15, gridlines)$



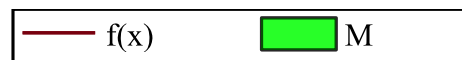
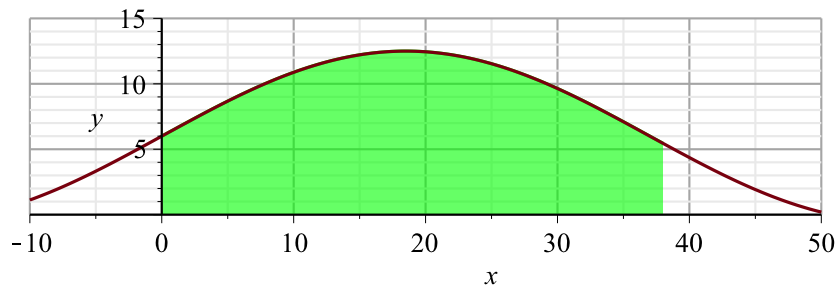
Plot med lige store enheder på akserne:

> `plot(f(x), x=-10..50, y=0..15, gridlines, scaling=constrained)`



Plot med området M indtegnet:

```
> with(plots) :  
p1 := plot(f(x), x=-10..50, y=0..15, gridlines, scaling=constrained, legend  
="f(x)"):   
p2 := plot(f(x), x=0..38, y=0..15, gridlines, scaling=constrained, filled, color=green,  
legend="M") :  
display(p2, p1)
```



$$> \text{Areal} = \int_0^{38} f(x) \, dx$$

$$\text{Areal} = 380.8474566$$

(1.1)

Konklusion: arealet af M er ca. 380.8 cm²

▼ b) Overfladeareal

Den generelle formel for overfladearealet af et omdrejningslegeme lyder:

$$2 \cdot \pi \cdot \int_a^b f(x) \cdot \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$

$$> \text{Overfladeareal} := 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{38} f(x) \cdot \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx; \text{evalf}(\%)$$

$$\text{Overfladeareal} := 810.3019344 \pi$$

$$2545.638605$$

(2.1)

Maple på MAC-computer har uendelig svært ved at beregne dette integral. Den bliver ikke færdig indenfor en rimelig tid!

**Det kan ordnes ved at sætte *punktum* efter grænserne i integralet!
Så vil Maple løse integralet numerisk - og ikke forsøge med eksakt løsning.**

$$> \text{OverfladearealMACvenlig} := 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{38} f(x) \cdot \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$

$$\text{OverfladearealMACvenlig} := 810.3019344 \pi$$

(2.2)

Konklusion: overfladearealet af lampen er ca. 2546 cm²