

## STX-B 27. maj 2016 opgave 12

I en model for den økonomiske ulighed i et bestemt land kan indkomstfordelingen i landet beskrives ved

$$f(x) = 0,000134 \cdot x^3 - 0,00912 \cdot x^2 + 0,567 \cdot x, \quad 0 \leq x \leq 100,$$

hvor  $f(x)$  betegner den procentandel af landets samlede indkomst, som  $x$  tjener, hvor  $x$  betegner den fattigste andel af landets befolkning (målt i % af befolkningstallet).

- a) Tegn grafen for  $f$ , og benyt modellen til at bestemme den procentandel af landets samlede indkomst, som de fattigste 20% af befolkningen tjener.
- a) Tegn grafen for  $f$ , og benyt modellen til at bestemme den procentandel af landets samlede indkomst, som de fattigste 20% af befolkningen tjener.

Det oplyses, at tallet  $G$ , som er bestemt ved

$$G = 100 - 0,02 \cdot \int_0^{100} f(x) dx$$

er et udtryk for den økonomiske ulighed i landet.

- b) Bestem  $G$  for det bestemte land.

`> restart`

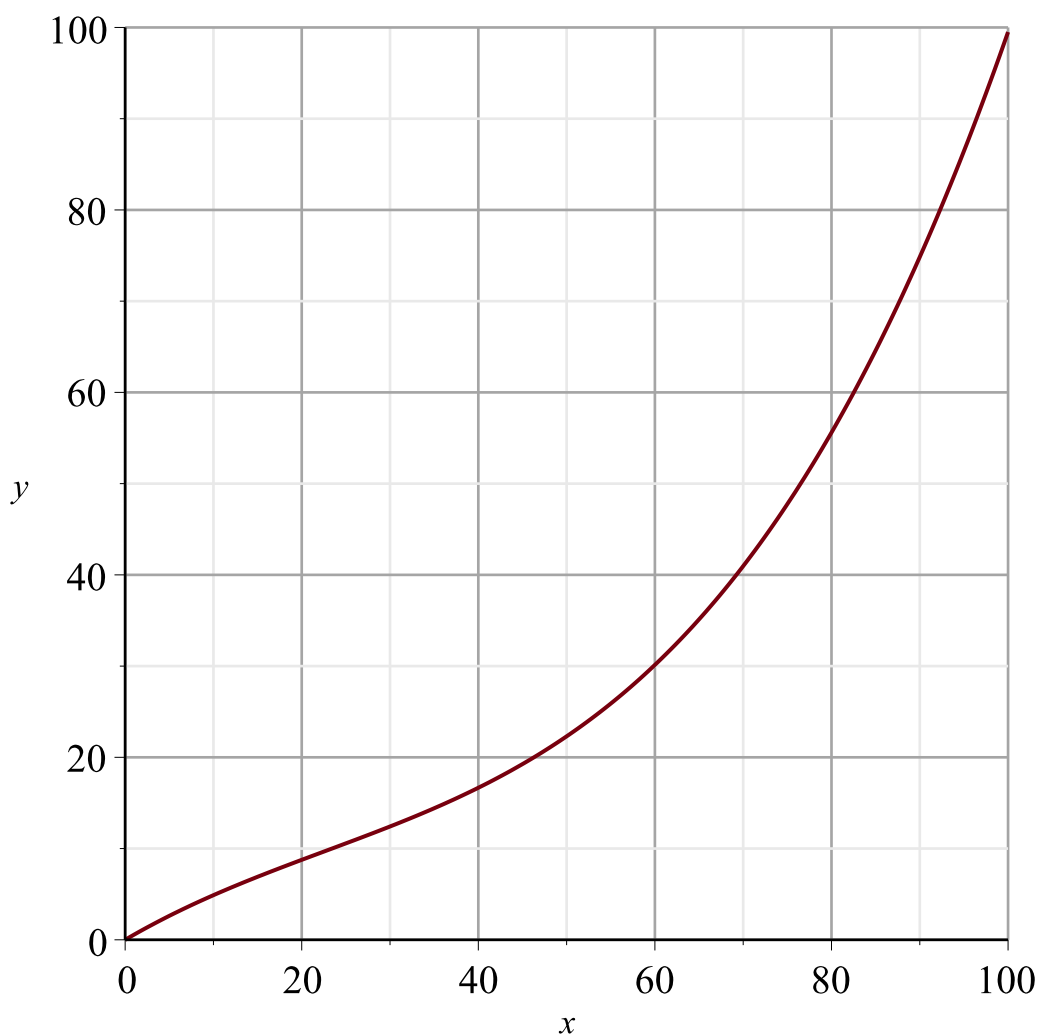
### a) Lorenz-diagram

`> f := x → 0.000134 · x3 - 0.00912 · x2 + 0.567 · x`

`f := x → 0.000134 x3 + (-1) · 0.00912 x2 + 0.567 x`

**(1.1.1)**

`> plot(f(x), x = 0 .. 100, y = 0 .. 100, gridlines)`



Opgaven handler om **Lorenz-diagram** og Gini-koefficient.

Krav til funktionen er, af den *vokser hurtigere og hurtigere* i intervallet fra 0 til 100.

Det ser ikke sådan ud i starten!

Dette undersøges nærmere:

```
> solve( {f'(x) > 0, x ≥ 0, x ≤ 100}, x)
```

```
{0. ≤ x, x ≤ 100.}
```

(1.1.2)

Funktionen er altså voksende i hele intervallet. OK.

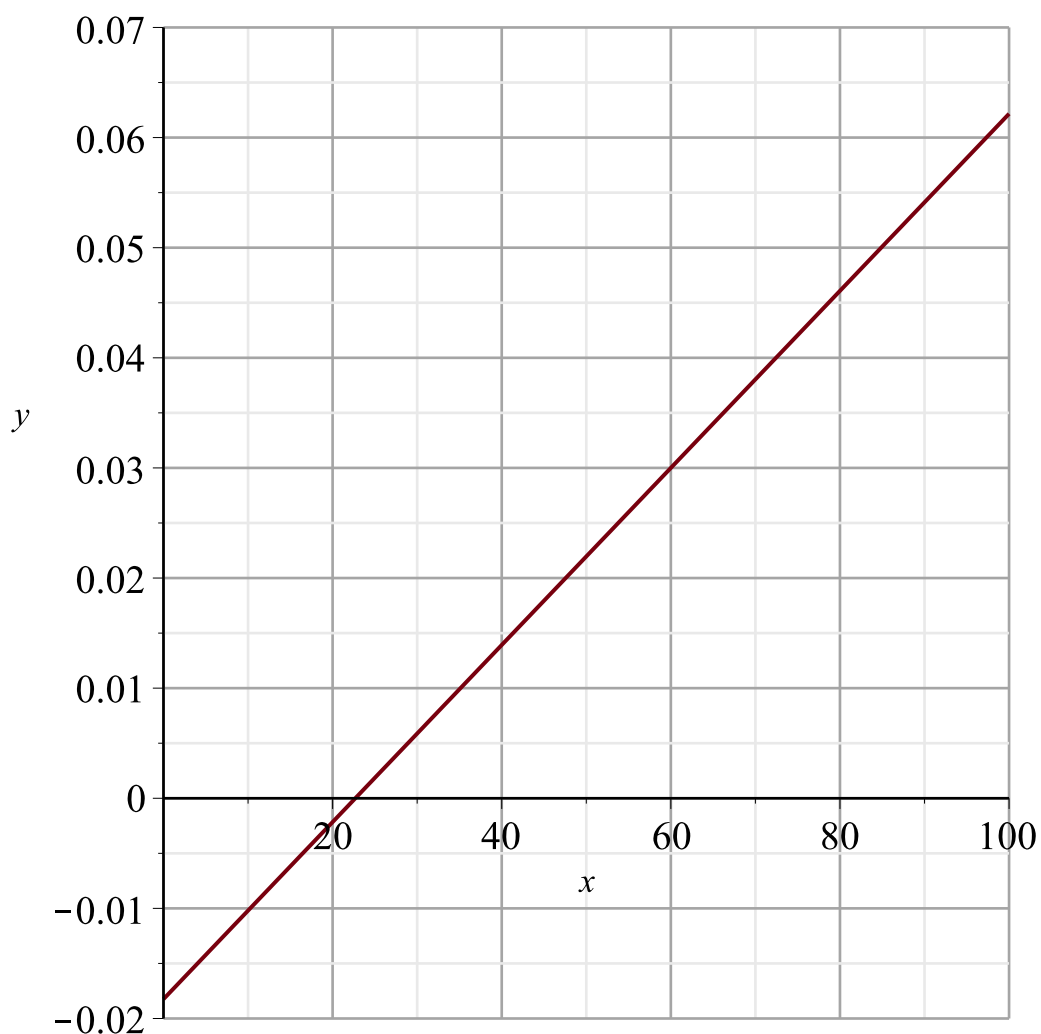
```
> solve( {f''(x) > 0, x ≥ 0, x ≤ 100}, x)
```

```
{x ≤ 100., 22.68656716 < x}
```

(1.1.3)

Den 2. afledede er kun positiv i intervallet fra ca. 22.7 til 100!

```
> plot(f''(x), x=0..100, y=-0.02..0.07, gridlines)
```



**Konklusion:** den angivne funktion opfylder *ikke* kravene til et Lorenz-diagram.

NB: eleverne kan sagtens regne opgaven alligevel. Men opgaven er altså ikke korrekt efter matematiske standarder.

### ▼ b) Gini-koefficient

$$> G := 100 - 0.02 \cdot \int_0^{100} f(x) dx$$

$$G := 37.10$$

(1.2.1)

**Konklusion:** (ginikoefficienten) G er beregnet til ca. 37.1

Læs nærmere om Lorenz-diagrammer og Gini-koefficienter:

<https://steen-toft.dk/mat/gini/>