Fysik øvelse nr. 26 Antal sider: 9+J Elev 68-Z-13

ESBJERG STATSSKOLE

RAPPORTER
OVER
ØVELSER

Titel: KUGLE PÅ SKRÅPLAN	Afleveret d.
Udført d. 24/3-71 af Steen Toft Jørgensen	Godkendt d. 16/4
Medarbejder: John T. Lauridsen	Olesen

KUGLE PÅ SKRÅPLAN

Formålet med øvelsen er at bestemme et kuglecentrums acceleration (a) eksperimentelt ved hjælp af et skråplan, og sammenligne denne værdi med fire forskellige værdier, som nogle fysikere teoretisk har beregnet ud fra forskellige forudsætninger:

$a = \frac{1}{2} \frac{h}{l} g$

$a = \frac{5}{9} \frac{h}{l} g$

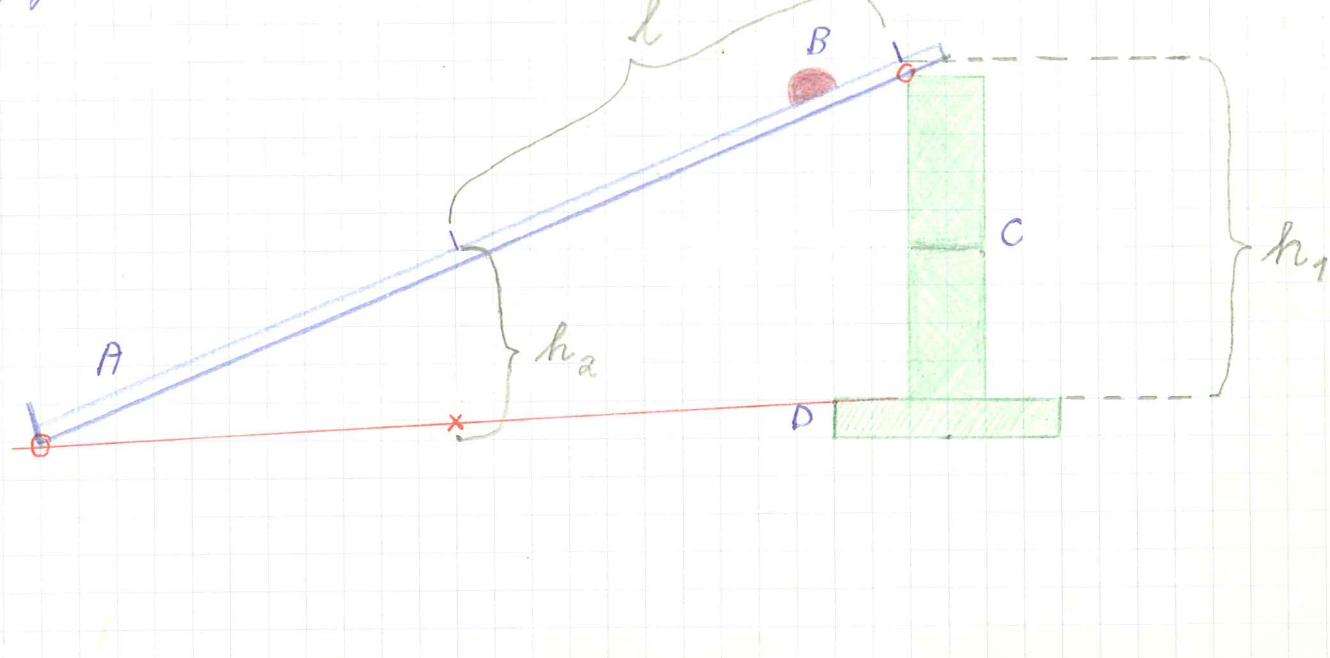
$a = \frac{5}{7} \frac{h}{l} g$

$a = \frac{h}{l} g$

hvor g = tyngdeaccelerationen
h = højdeforskel imellem begyndelses- og slutpunkt på skråplan
l = tilbagelagte vejlængde

Derved er det muligt at beregne, hvilken acc. der er den rigtige.

Apparatur:



A = skråplan med V-formet skinne

B = stålkugle

C = klodser, som bruges til at ændre h, som er lig med $h_1 - h_2$.

D = papir, som sørger for en ophævelse af gnidningskraften.

Forsøgsbeskrivelse:

Først skal man sørge for at kompensere for gnidningskraften ved at lægge noget papir under enden af skråplanen. Hvis der ingen acceleration er, vil kuglen, når den får et skub, tilbagelægge en vejstrækning, der er proportional med tiden – hvilket let kan undersøges.

Man lægger så nogle klodser under den samme ende, hvorved kuglen vil få en acceleration ned ad skråplanet. Der findes så en række sammenhørende værdier af den tilbagelagte vejlængde (l) og den brugte tid (t), når kuglen starter uden begyndelseshastighed.

Desuden måles h_2, der er højden fra skinnens overkant til bordfladen; og h_1, der er højden fra skinnens overkant til gnidningskrafts-kompensationspapirets overkant.

Forsøget gennemføres med forskellige værdier af l, og med forskellige klodser under enden.

Resultatbehandling:

For en konstant accelereret bevægelse med begyndelseshastigheden 0 m/s, gælder der jo at $a = \frac{2l}{t^2}$.

Da alle de "foreslåede accelerationer" har formen $a = \beta \cdot \frac{h}{l} \cdot g$, hvor β er en dimensionsløs konstant, kan man bestemme β ved at dividere $\frac{2l}{t^2}$ med $\frac{h}{l} g$:

$$\beta = \frac{2l^2}{t^2 \cdot hg}$$

De fire beregnede værdier for β er:

$\beta = \frac{1}{2} = 0,500$

$\beta = \frac{5}{9} = 0,556$

$\beta = \frac{5}{7} = 0,714$

$\beta = 1 = 1,000$

Resultater:

l/m	t'/s	t/s	h_1/cm	h_2/cm	h/m	β
2,00	6,6 6,5 6,5 6,7	6,58	9,5	5,9	0,036	0,525
1,50	5,6 5,7 5,4 5,4	5,53	–	6,9	0,026	0,578
1,00	4,6 4,6 4,3 4,3	4,45	–	8,0	0,015	0,686
0,50	3,2 2,9 2,9 3,0	3,00	–	9,0	0,005	1,132*
2,00	4,3 4,3 4,5 4,5	4,40	13,3	6,0	0,073	0,575
1,50	3,9 3,8 3,7 4,1	3,88	–	7,95	0,0535	0,570
1,00	3,1 3,0 3,3 3,2	3,15	–	9,9	0,034	0,606

l/m	t'/s	t/s	h_1/cm	h_2/cm	h/m	β
0,50	2,4 2,1 2,2 2,2	2,23	13,3	11,85	0,0145	0,707
2,00	3,5 3,6 3,6 3,6	3,58	16,75	6,1	0,1065	0,598
1,50	3,1 3,0 3,2 3,3	3,15	–	8,9	0,0785	0,597
1,00	2,5 2,5 2,5 2,6	2,53	–	11,7	0,0505	0,630
0,50	1,7 1,7 1,8 1,8	1,75	–	14,45	0,023	0,726

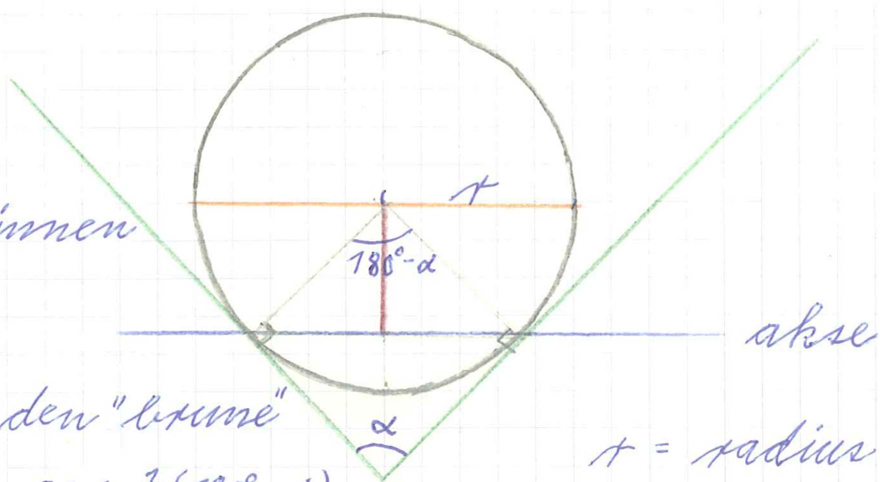
$g = 9,81\ m/s^2$

* denne måling udgår, da den afviger for meget fra de andre.

Gennemsnit: $\underline{\beta = 0,618}$

Beregning af kuglecentrets acceleration på et skråplan under hensyntagen til kuglens rotation på grund af en skinne med vinklen α:

Tværsnit af kuglen i skinnen



Længden af den "brune" linie er $r \cdot \cos \frac{1}{2}(180° - \alpha)$
$= r \cdot \cos(90° - \frac{\alpha}{2}) = r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$

r = radius

Det kraftmoment, som virker på kuglen (H_1) er:

$$H_1 = I \cdot \dot{\omega}$$

hvor ω er centrums vinkelhastighed og I er kuglens inertimoment omkring aksen gennem røringspunkterne.

$$V = \omega \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{a}{r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}}$$

hvor V er centrums hastighed i rotationen.

$$H_1 = \frac{I \cdot a}{r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}}$$

Ifølge Steiners sætning bliver inertimomentet:

$$I = \frac{2}{5} m r^2 + m\left(r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$I = \left(\frac{2}{5} + \sin^2\frac{\alpha}{2}\right) m r^2$$

Da bliver $$H_1 = \frac{\left(\frac{2}{5} + \sin^2\frac{\alpha}{2}\right) m \cdot r \cdot a}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

Kraftmomentet kan også beregnes på en anden måde:

$$H_2 = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} \cdot \left(r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}\right)$$

hvor $mg\frac{h}{l}$ er kraften langs bevægelsesretningen, og $r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$ er "armen".

$$H_1 = H_2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{\left(\frac{2}{5} + \sin^2\frac{\alpha}{2}\right) \cdot m \cdot r \cdot a}{\sin\frac{\alpha}{2}} = m \cdot g \cdot \frac{h}{l} \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\frac{2}{5} + \sin^2\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{h}{l} \cdot g$$

Dette omskrives til:

$$a = \frac{5 - 5\cos\alpha}{9 - 5\cos\alpha} \cdot \frac{h}{l} \cdot g$$

dvs:

$$\beta = \frac{5 - 5\cos\alpha}{9 - 5\cos\alpha}$$

Da $\alpha = 90°$ ved øvelsen, bliver $\beta = \frac{5}{9}$

De andre teorier er i såtilfælde fremkommet ved:

$\beta = 1$ på et plant skråplan, hvor der ikke opstræder rotation.

$\beta = \frac{5}{7}$ på et plant skråplan med rotation af kuglen ($\alpha = 180°$)

$\beta = \frac{1}{2}$ må være en fejl, men kan fås med $\cos\alpha = \frac{1}{5}$.

Kommentarer:

Det eksperimentelt bestemte $\beta = 0{,}618$ ligger da også nærmest ved $\beta = \frac{5}{9} = 0{,}556$; men afvigelsen er på ikke mindre end 11% af den teoretiske værdi.

1) Usikkerheden på $h = \pm 0{,}1$ cm

2) Usikkerheden på $l = \pm 0{,}2$ cm

3) Usikkerheden på $t = \pm 0{,}25$

Vi kan nu beregne usikkerheden på det eksperimentelt bestemte β (β_e) – δ betegner usikkerheden:

$$\frac{\delta(\beta_e)}{\beta_e} = \pm \sqrt{\left(2\frac{\delta(l)}{l}\right)^2 + \left(2\cdot\frac{\delta(t)}{t}\right)^2 + \left(\frac{\delta(h)}{h}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\delta(\beta_e)}{\beta_e} = \pm 10\% \sqrt{\frac{8\,cm^2}{l^2} + \frac{8\,s^2}{t^2} + \frac{1\,cm^2}{h^2}}$$

1/ for $\beta_e = 0{,}707$ bliver usikkerheden: $\pm$ 14,4%

2/ for $\beta_e = 0{,}726$ bliver usikkerheden: $\pm$ 16,7%

3/ for $\beta_e = 0{,}606$ bliver usikkerheden: $\pm$ 9,5%

4/ for $\beta_e = 0{,}525$ bliver usikkerheden: $\pm$ 5,1%

Selv om der er tale om store usikkerheder på den eksperimentelt bestemte β, synes jeg ikke at det alene kan forklare forskellen mellem β_e og β_t (teoretisk bestemt), da alle β_e undtagen én ligger et godt stykke over β_t; der må så forekomme nogle fejlkilder:

a) Hvis kuglen ikke har "kuglefacon", gælder den teoretiske beregning ikke, dvs. β_t bliver forkert; da kuglen sandsynligvis ikke er konstant accelereret, så gælder $\frac{2l}{t^2}$ heller ikke, dvs. også β_e bliver forkert.

b) Det kan evt. forekomme gangfejl og nulpunktsfejl på stopuret, hvilket får indvirkning på β_e.

c) Hvis der ikke er kompenseret nøjagtigt for gnidningskraften, vil der komme en fejl på β_t, som jo er beregnet under den forudsætning, at der ingen gnidning optræder.

Da der ved alle målinger er kompenseret lige meget, vil der alligevel komme en fejl på β_t; idet gnidningskraften er proportional med normalreaktionen fra skråplanet, og denne er afhængig af $\frac{h}{l}$ [som jo er forskellig ved de forskellige måleserier] på en sådan måde, at jo større $\frac{h}{l}$ bliver, des mindre bliver gnidningskraften.
Vores kompensation er altså utilstrækkelig!
Man kan sige, at jo større h_1 bliver, des mindre skal der kompenseres, dvs. des mere skal man lægge til det målte h_1.

d) Hvis underlaget (et bord) ikke er vandret, vil der komme en fejl på f.eks. h_2 og dermed på h, hvilket vil give en fejl på β_e.

e) Det så ud til at skråplanet buede; dette vil give kuglen en større accelerationen på det første stykke og en mindre acceleration på det sidste stykke.

f) Ved hjælp af det på side 6 udregnede β_t er det muligt at beregne ændringen, når α ændres lidt fra 90°

~~(Procentvise)~~ relative ændring af β =

$$\frac{\frac{5-5\cos\alpha}{9-5\cos\alpha}-\frac{5}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{-4\sin V}{9-5\sin V}$$

hvor $V = 90° - \alpha$.

$V = +2°$ giver en ændring på $-1{,}58\%$
$V = -2°$ giver en ændring på $+1{,}52\%$
$V = +5°$ giver en ændring på $-4{,}07\%$
$V = -5°$ giver en ændring på $+3{,}80\%$

Da jeg forsøgte at undersøge α med en vinkelhjørnet klods, viste det sig at α var et par grader mindre end 90°, dvs. β_t er bestemt et par procent for højt.

Hovedresultat:

Det er blevet vist, at kuglecentrets acc. på et skråplan med en 90°-skinne er $\frac{5}{9}\frac{h}{l}g$.

26/3-71 Steen Jørgensen

FØ 26 Journal 68-Z-13,15

24-3-71 Kugle på skråplan Sten, Johan

V/m	A1/2	A1/2	h1/cm	h2/cm	h1-h2/cm
2,00	6,6	6,5	9,5	5,1	3,6
2,00	6,5	6,2	—	5,1	3,6
1,50	5,6	5,4	—	6,9	2,6
1,50	5,2	5,4	—	6,9	2,6
1,00	4,6	4,3	—	8,0	1,5
1,00	4,6	4,3	—	8,0	1,5
0,50	3,2	2,9	—	9,0	0,5
0,50	2,9	3,0	—	9,0	0,5
2,00	4,3	4,5	13,3	6,0	7,3
2,00	4,3	4,5	—	6,0	7,3
1,50	3,9	3,7	—	7,15	5,35
1,50	4,8	4,1	—	7,15	5,35
1,00	4,7	3,3	—	9,1	3,4
1,00	3,0	3,2	—	9,1	3,4
0,50	2,4	2,2	—	11,25	1,45
0,50	2,1	2,2	—	11,25	1,45
2,00	3,5	3,6	10,75	6,1	11,65
2,00	3,6	3,6	—	6,1	11,65
1,50	3,7	3,2	—	8,7	7,85
1,50	3,0	3,5	—	8,7	7,85
1,00	2,5	2,5	—	11,7	5,65
1,00	2,5	2,6	—	11,7	5,05
0,50	1,7	1,9	—	14,45	2,30
0,50	1,7	1,7	—	14,48	2,30