Fysik øvelse nr. 15 Antal sider: 8 + J Elev 68-z-13

ESBJERG STATSSKOLE

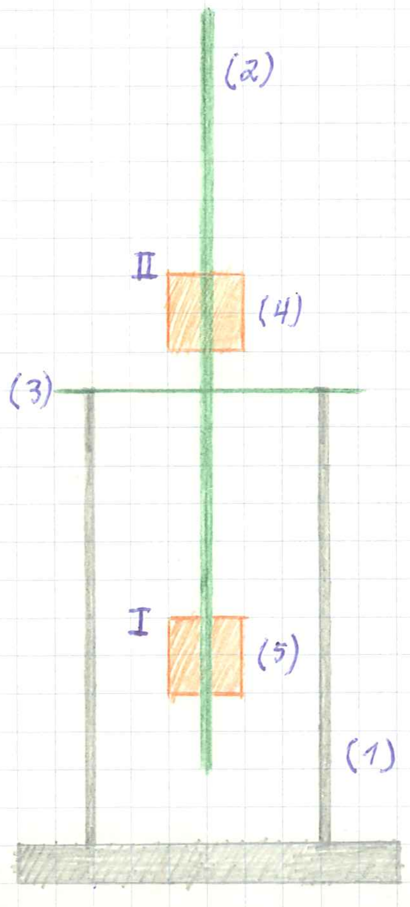
RAPPORTER
OVER
ØVELSER

Titel: FYSISK PENDUL	Afleveret d. 29/10
Udført d. 15/10-70 af Steen Toft Jørgensen	Godkendt d. 29/10
Medarbejder: John Lauridsen	Olesen

FYSISK PENDUL

Formålet med øvelsen er at eftervise, at pendulsvingninger med lille udsving kan beskrives ved en sinusfunktion. Dette gøres principielt ved at sammenligne de eksperimentelt fundne svingningstider T_e, som bestemmes ved hjælp af et stopur, når det fysiske pendul svinger, med de teoretisk bestemte svingningstider T_t, som findes ved brug af nedenstående formel.

Apparaturet, der blev benyttet til øvelsen, er et fysisk pendul, dvs. et stift legeme, der ikke er ophængt i sit massemidtpunkt, hvorfor det er i stand til at udføre sinus-svingninger.



(1) er et stativ, det hører altså ikke med til det fysiske pendul.
(2) er en stang; på dens midte er der en fortykkelse med en tværstang (3), som hviler på stativet. Tværstangen er det fysiske penduls akse.x)
(4) og (5) er to lodder.
Til fastlæggelse af loddernes placering er der indlagt et koor-

dinatsystem med en akse, som følger stangen (2). Koordinatsystemets nulpunkt er beliggende ved pendulets akse (3); systemet er orienteret nedefter.

Symbolforklaring:

l = stangens længde

a = lod I's massemidtpunkts koordinat

b = lod II's massemidtpunkts koordinat

m_0 = stangens (incl. "pendul-akse") masse

m_1 = lod I's masse

m_2 = lod II's masse

T_{20} = eksperimentelt målte tid for 20 svingninger.

g = tyngdeaccellerationen

h = et lods højde } regnes for at være det
r = et lods radius } samme for begge lodder.

Forsøgsbeskrivelse: Efter at apparatet var stillet op, blev der kontrolleret om pendulet uden lodder var i ligegyldig ligevægt; desværre var det ikke tilfældet. Derefter blev l, m_0, m_1, m_2, h og r målt ved hjælp af en vægt eller målestok.

Så blev det lavet tre forsøg med lodderne (evt. kun et lod) sat fast; fælles for de tre var, at $(a+b)$ var konstant. Hver gang blev a, b og T_{20} bestemt (der blev foretaget to målinger af hvert T_{20} for derved at opnå en nøjagtigere bestemmelse af T_{20}). Ved to nye forsøgsafdelinger, bestående af henholdsvis tre og to forsøg, var loddene anbragt således, at mens det før var direktionsmomentet (D), som var konstant, er det nu inertimomentet (I), som "næsten" er konstant (se formeludregning). Hver gang bestemtes a, b og T_{20}.

Formeludregning: Hvis det fysiske pendul udfører svingninger med en lille amplitude, kan bevægelsen beskrives ved hjælp af en sinus-funktion; den teoretiske svingningstid er da bestemt ved:

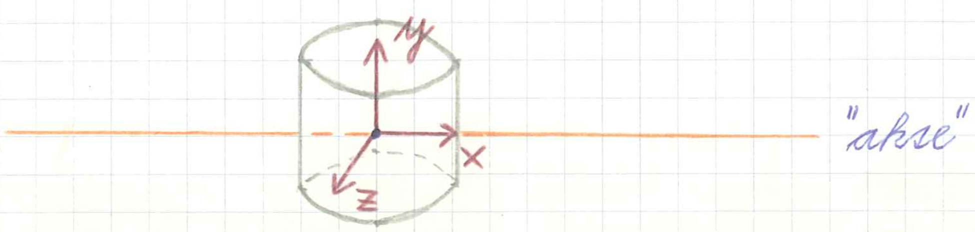
$$T_t = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$$

1) Et lods direktionsmoment bestemmes som:

$$D = \int_{a-\frac{h}{2}}^{a+\frac{h}{2}} \left(\frac{m}{h} \cdot dx\right) \cdot g \cdot x = \frac{m \cdot g}{h} \left[\frac{1}{2} x^2\right]_{a-\frac{h}{2}}^{a+\frac{h}{2}} \Leftrightarrow$$

$$D = m \cdot g \cdot a$$

2) Beregning af et lods inertimoment:



Ifølge Steiners sætning gælder der:

$$I = I_0 + I'$$

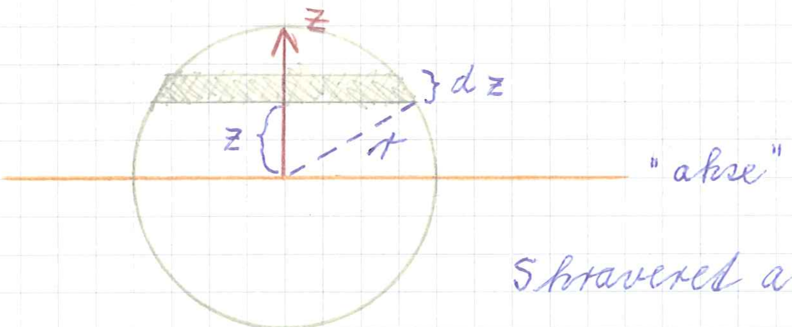
$$I_0 = m \cdot a^2$$

$$I' = \sum_{i=1}^{n} m_i (y_i^2 + z_i^2) = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot y_i^2 + \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot z_i^2$$

$I_y' =$ inertimoment om (x, z) planen

$I_z' =$ inertimoment om (x, y) planen

$$I_y' = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\frac{m}{h} \cdot dy\right) \cdot y^2 \Leftrightarrow I_y' = \frac{1}{12} m \cdot h^2$$



Skraveret areal $= dz \cdot 2 \cdot \sqrt{r^2 - z^2}$

$$I_z' = \int_{-r}^{r} \left(\frac{m}{\pi \cdot r^2} \cdot 2 \cdot dz \sqrt{r^2 - z^2}\right) z^2 = \frac{2m}{\pi \cdot r^2} \int_{-r}^{r} z^2 \sqrt{r^2 - z^2}\, dz$$

Efter møje og besvær får man:

$$I_z' = \frac{1}{4} m \cdot r^2$$

Samlet inertimoment:

$$I = I_0 + (I_y' + I_z') = m\left(a^2 + \frac{1}{12} h^2 + \frac{1}{4} r^2\right)$$

Svingningstiden for det fysiske pendul, når begge lodder er anbragt, bliver da, idet man ser bort fra masserne, fordi de er næsten lige store:

$$T_t = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}l^2 + a^2 + b^2 + (\frac{1}{6}h^2 + \frac{1}{2}r^2)}{g(a+b)}}$$

Af formlen ser det, at hvis D skal være konstant, må $(a+b)$ være konstant. Hvis I er konstant, skal (a^2+b^2) være konstant; der kommer dog en lille fejl, dersom man i samme forsøgs-gruppe ikke har det samme antal lodder anbragt (sidste led i tælleren er ved et lod kun halvt så stort).

Måleresultater:

$g = 982\ cm/s^2$ (tabel)

$l = 30{,}0\ cm \pm 0{,}05\ cm$

$$\left.\begin{aligned} m_0 &= 51{,}50\ g \\ m_1 &= 51{,}40\ g \\ m_2 &= 51{,}43\ g \end{aligned}\right\} \pm 0{,}03\ g$$

$$\left.\begin{aligned} h &= 1{,}7\ cm \\ r &= 1{,}05\ cm \end{aligned}\right\} \pm 0{,}03\ cm$$

MÅLING	a/cm	b/cm	T_{20}/s		GENNEMSNIT
1	14	-4	21,70	21,65	21,68
2	13	-3	20,15	20,20	20,18
3	12	-2	19,05	19,00	19,03
4	13	0	17,20	17,30	17,25
5	12	-5	24,00	24,00	24,00
6	12	5	15,15	15,20	15,18
7	5	0	17,60	17,50	17,55
8	4	-3	44,60	44,80	44,70
USIKKERHED	± 0,05	± 0,05	± 0,10	± 0,10	± 0,07

T_e beregnes da af ligningen $T_e = \frac{1}{20} \cdot T_{20}$ og T_t beregnes ved hjælp af ovenstående ligning:

MÅLING	1	2	3	4	5	6	7	8
T_e/s	1,084	1,009	0,952	0,863	1,200	0,759	0,878	2,235
T_t/s	1,076	1,010	0,950	0,872	1,188	0,762	0,898	2,013

For at kunne sammenligne svingningstiderne er det nødvendigt at se på usikkerhederne og fejlkilderne ved forsøget.

Fejlkilder:

1) udsvingets størrelse ×)
2) evt. nulpunktsfejl på stopur
3) evt. gangfejl på stopur

4) masserne (m_0, m_1, m_2) er beregnet lige store; desuden er det ikke muligt at bedømme hvor stor en del af m_0, der skal medregnes ved inertimoment-bestemmelsen.

5) stangen er ikke homogen (hakker på stangen, fortykkelse ved pendul-akse).

6) loddernes "hul" i midten og skruen er ikke taget i betragtning.

7) stangen er ikke ophængt i massemidtpunktet.

NB: det har vist sig, at luftmodstand og gnidning i ophænget ikke har nogen betydning.

Hvilke steder får fejlkilderne så indvirkning?

a) på bestemmelse af I: 4) 5) 6) 7)

b) på bestemmelse af D: 4) 7)

c) på bestemmelse af T_t: 1) 4) 5) 6) 7)

d) på bestemmelse af T_e: 2) 3)

Usikkerheden på T_e = $\sigma(T_e) = \pm\frac{1}{20} \cdot 0{,}07\,s = \pm 0{,}004\,s$

Usikkerheden på T_t = $\sigma(T_t)$:

Hvis usikkerheden på a, b og l er $\sigma(x)$, altså lige stor, bliver usikkerheden på T_t ifølge Olesen:

$$\sigma(T_t) = \sqrt{\left[T_t'(a)\cdot\sigma(x)\right]^2 + \left[T_t'(b)\cdot\sigma(x)\right]^2 + \left[T_t'(l)\cdot\sigma(x)\right]^2} \Leftrightarrow$$

$$\sigma(T_t) = \sigma(x)\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{2\beta^2 - 4(a+b)^2\left(\frac{11}{144}l^2 + \frac{1}{6}h^2 + \frac{1}{2}r^2\right)}{g(a+b)^3\cdot\beta}}$$

hvor $\beta = \frac{1}{12}l^2 + a^2 + b^2 + \frac{1}{6}h^2 + \frac{1}{2}r^2$ med to lodder!
Det ses tydeligt af formlen, at nu større $(a+b)$ er, des mindre er $\sigma(T_t)$.
jo

$(a+b) = 1$ cm (måling 8) $\Rightarrow$ $\sigma(T_t) = \pm 0{,}071$ s
$(a+b) = 17$ cm (måling 6) $\Rightarrow$ $\sigma(T_t) = \pm 0{,}00029$ s

Disse usikkerheder + fejlkilder er faktisk tilstrækkeligt til at forklare den tilsyneladende lille afvigelse mellem T_e og T_t, undtagen i måling 8, hvor forskellen er på 10%. Her spillede det nemlig tydeligt en rolle, at stangen ikke var ophængt i massemidtpunkt (udsvinget til den ene side var alt for stort). At fejlkilderne ikke medførte en ensidig forskydning af T_t, ses ved, at afvigelserne går til begge "sider" af T_e.

Hovedresultat: Indenfor målenøjagtigheden er det bevist, at T_e og T_t er lige store ved små udsving; dvs. pendul-svingninger kan ved lille amplitude beskrives ved hjælp af en sinus-funktion.

28/10-70 Steen Jørgensen

FØ 15

15-10-70

Journal

68 - z - 13,15

Steen, John

$l = 30,0\,cm$ $m_1 = 51,40\,g$ (a)

$m_0 = 51,50\,g$ $m_2 = 51,43\,g$ (b)

a/cm	b/cm	T_{20}/s	T_{20}'/s
14	-4	21,70	21,65
13	-3	20,15 ~~21,50~~	20,20
12	-2	19,05	19,00
13	0	17,20	17,30
12	-5	24,00	24,00
12	5	15,15	15,20
5	0	17,60	17,50
4	-3	44,60	44,80