

Løsning af differentialligningen: "logistisk vækst med høst"

$$N'(t) = c \cdot N(t) \cdot (K - N(t)) - H$$

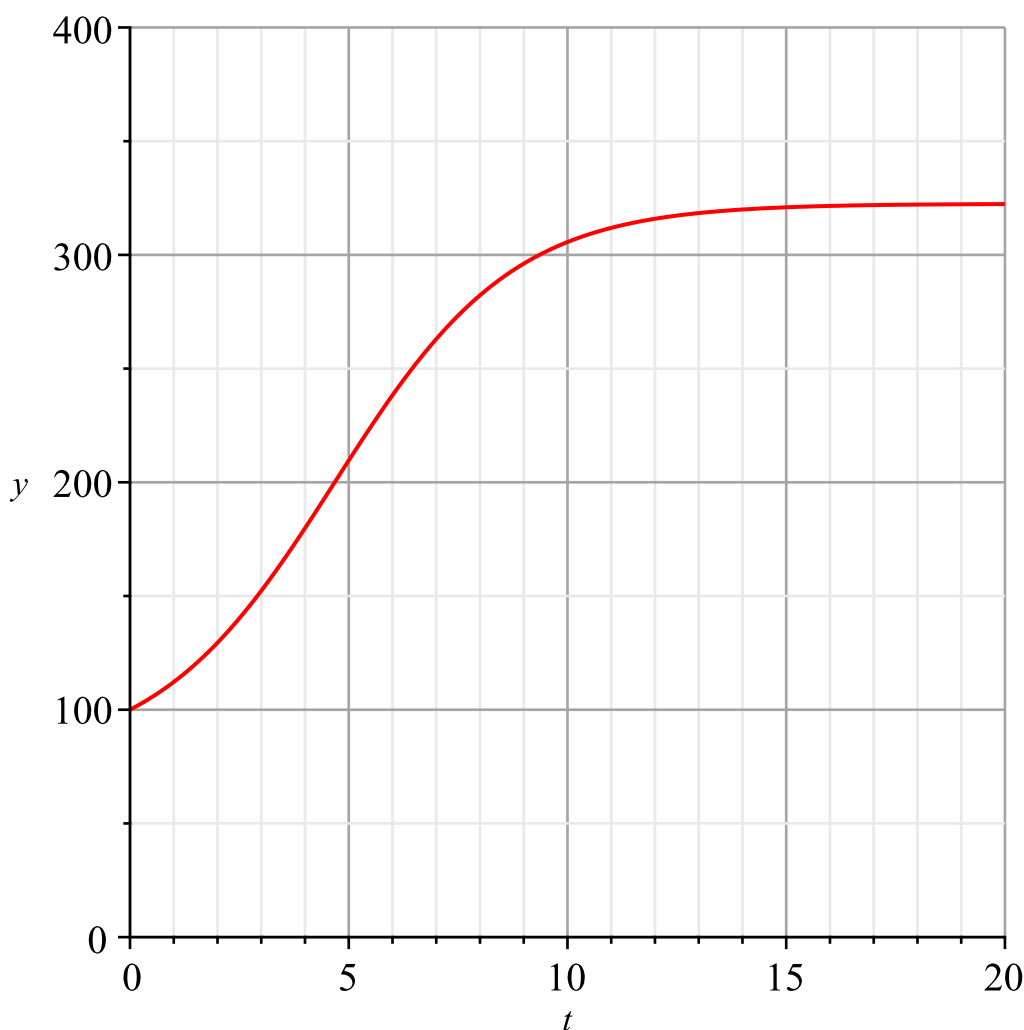
Der er altså 3 løsninger til logistisk vækst med høst, som opfylder $N(0) = 100$, hvor følgende konstanter er givet: $c = \frac{2}{1000}$, $K := 400$ og $H := 50$.

restart

Maple løsning direkte

$$N_1(t) := - \frac{50 \cdot \left(-2 \cdot \sqrt{6} + 3 \cdot \tanh \left(\frac{\left(5 \cdot \sqrt{6} \operatorname{arctanh} \left(\frac{\sqrt{6}}{3} \right) - 3 \cdot t \right) \cdot \sqrt{6}}{30} \right) \right) \cdot \sqrt{6}}{3} :$$

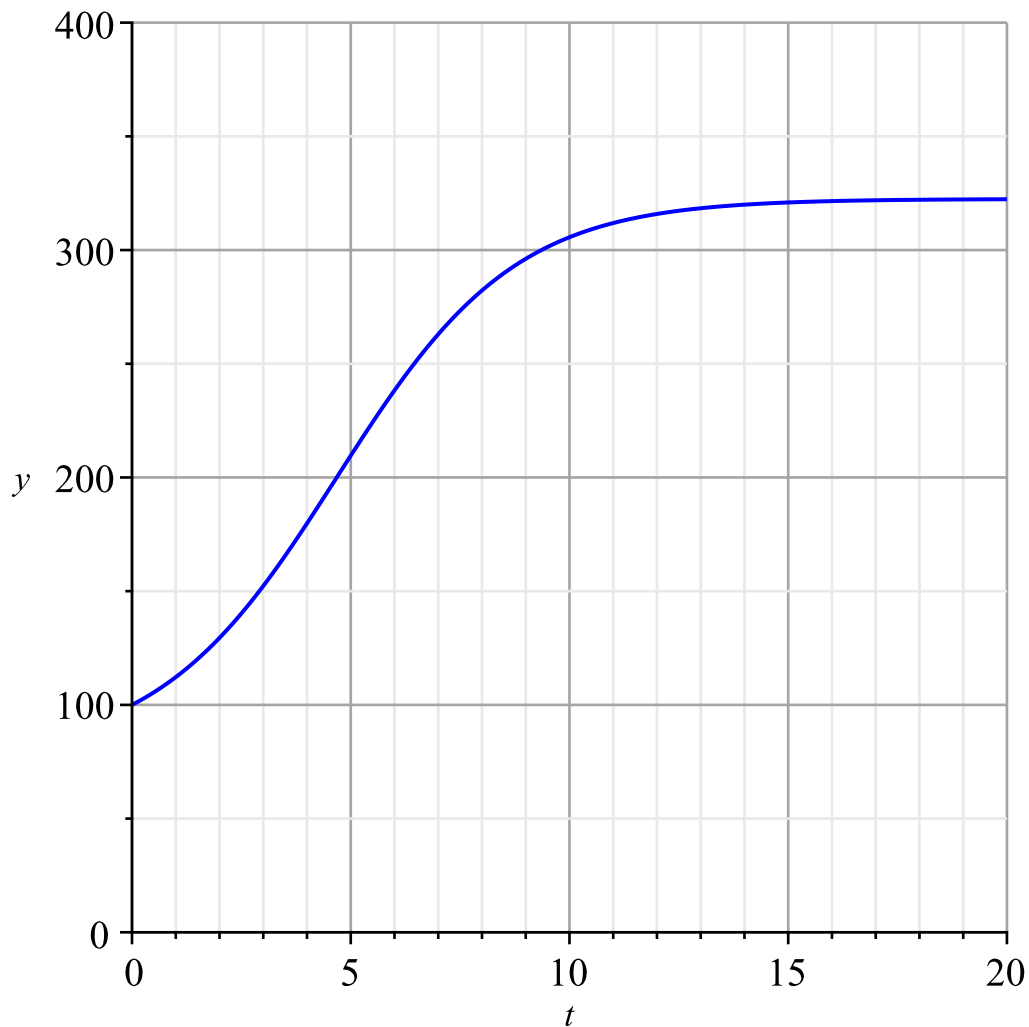
`plot(N1(t), t=0..20, y=0..400, gridlines, color=red)`



Håndregning med separation af variable, partialbrøker og integration

$$N_2(t) := \frac{(200 + 50 \cdot \sqrt{6}) \cdot e^{\frac{\sqrt{6} \cdot \left(t + \frac{5 \cdot \ln\left(\frac{-2 + \sqrt{6}}{\sqrt{6} + 2}\right) \cdot \sqrt{6}}{6}\right)}{5}} + 200 - 50 \cdot \sqrt{6}}{e^{\frac{\sqrt{6} \cdot \left(t + \frac{5 \cdot \ln\left(\frac{-2 + \sqrt{6}}{\sqrt{6} + 2}\right) \cdot \sqrt{6}}{6}\right)}{5}} + 1}$$

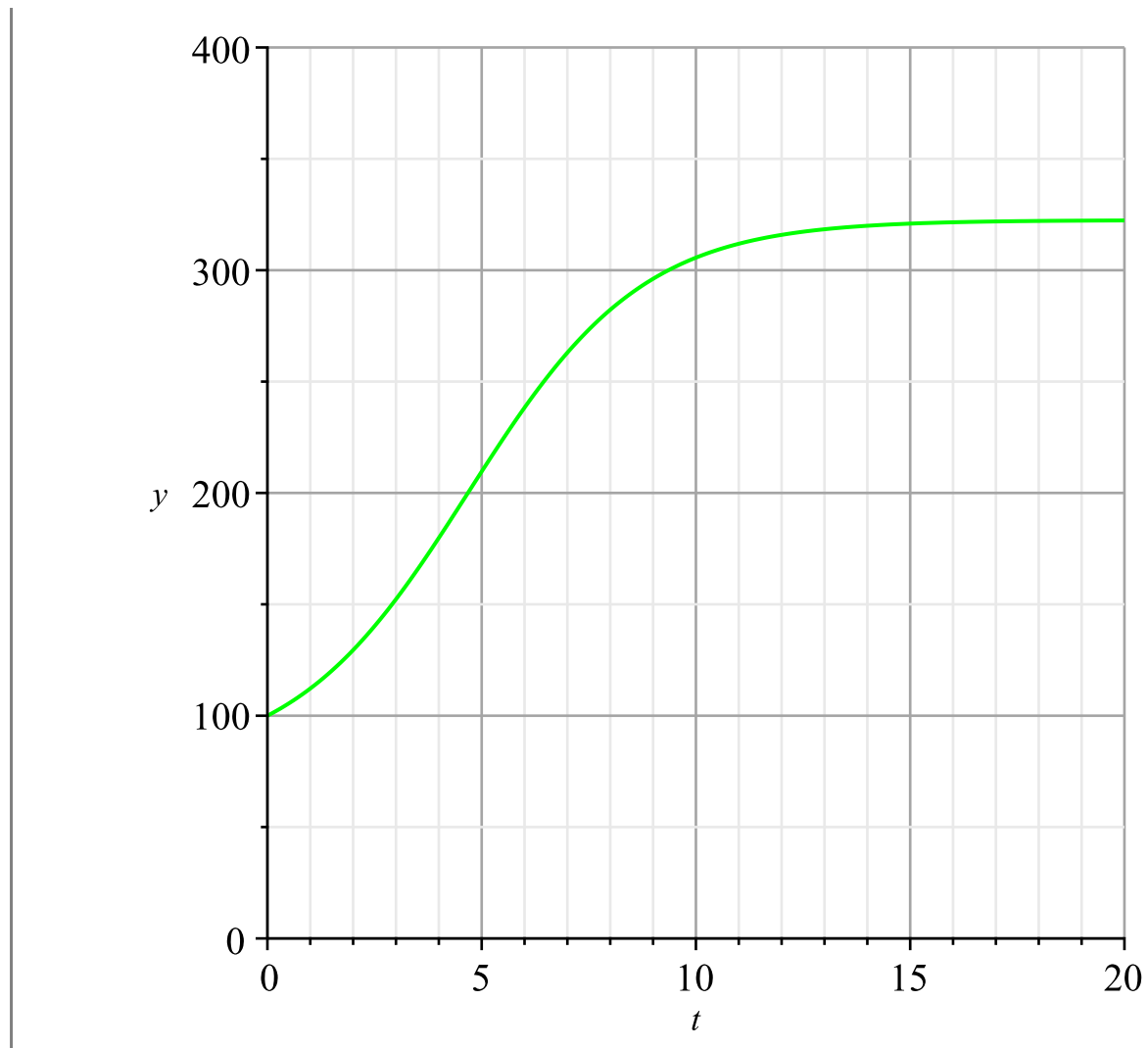
plot(N₂(t), t=0..20, y=0..400, gridlines, color=blue)



▼ Håndregning med Ricatti-, Bernoulli- og lineær type

$$N_3(t) := \frac{1}{-\frac{\sqrt{6}}{600} + \frac{(-3 + \sqrt{6}) \cdot e^{\frac{\sqrt{6} \cdot t}{5}}}{300 \cdot (\sqrt{6} + 2)}} + 200 + 50 \cdot \sqrt{6}$$

plot(N₃(t), t=0..20, y=0..400, gridlines, color=green)



Det er svært at se, at de 3 løsninger er helt identiske!

Er de identiske?

$$\text{solve}(N_1(t) = N_2(t), t) = t$$

$$\text{solve}(N_1(t) = N_3(t), t) = t$$

$$\text{solve}(N_2(t) = N_3(t), t) = t$$

Ja, de 3 funktionsudtryk er identisk for alle $t \in \mathbf{R}$!

Men graferne ser helt ens ud!