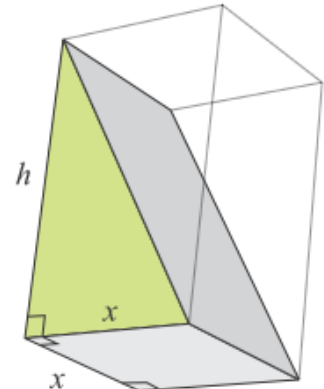


## Eksamensopgave (Anvend ALDRIG unprotect('O'), når der er tale om en funktion)

En kile fremkommer ved at save en kasseformet træklods med kvadratisk bund midt over som vist på figuren. Sidelængden i bunden er  $x$ , og klodsens højde er  $h$  (begge målt i cm). Det oplyses, at kilens volumen er  $100 \text{ cm}^3$ .



- a) Bestem  $h$  udtrykt ved  $x$ , og gør rede for, at kilens overflade udtrykt ved  $x$  kan skrives som

$$O(x) = x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{40000}{x^4}} + x^2 + \frac{400}{x}.$$

- b) Bestem  $x$ , så kilens overflade bliver mindst mulig, idet  $0 < x < 10$ .

restart  
with(Gym) :

### Korrekt

a)

Rumfanget af kilen er halvdelen af træklodsens rumfang:

$$h := \text{solve}\left(\frac{1}{2} \cdot h \cdot x \cdot x = 100, h\right) = \frac{200}{x^2}$$

$$\text{Konklusion: } h = \frac{200}{x^2}$$

Overfladen af kilen består af: kvadratisk bund + 2 trekantede sider + rektangulær bagsiden + skrå rektangel.

$$\text{Bund} := x^2 :$$

$$\text{Trekant2} := 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot h \cdot x\right) :$$

$$\text{Bagside} := h \cdot x :$$

$$\text{Skrå} := \sqrt{h^2 + x^2} \cdot x :$$

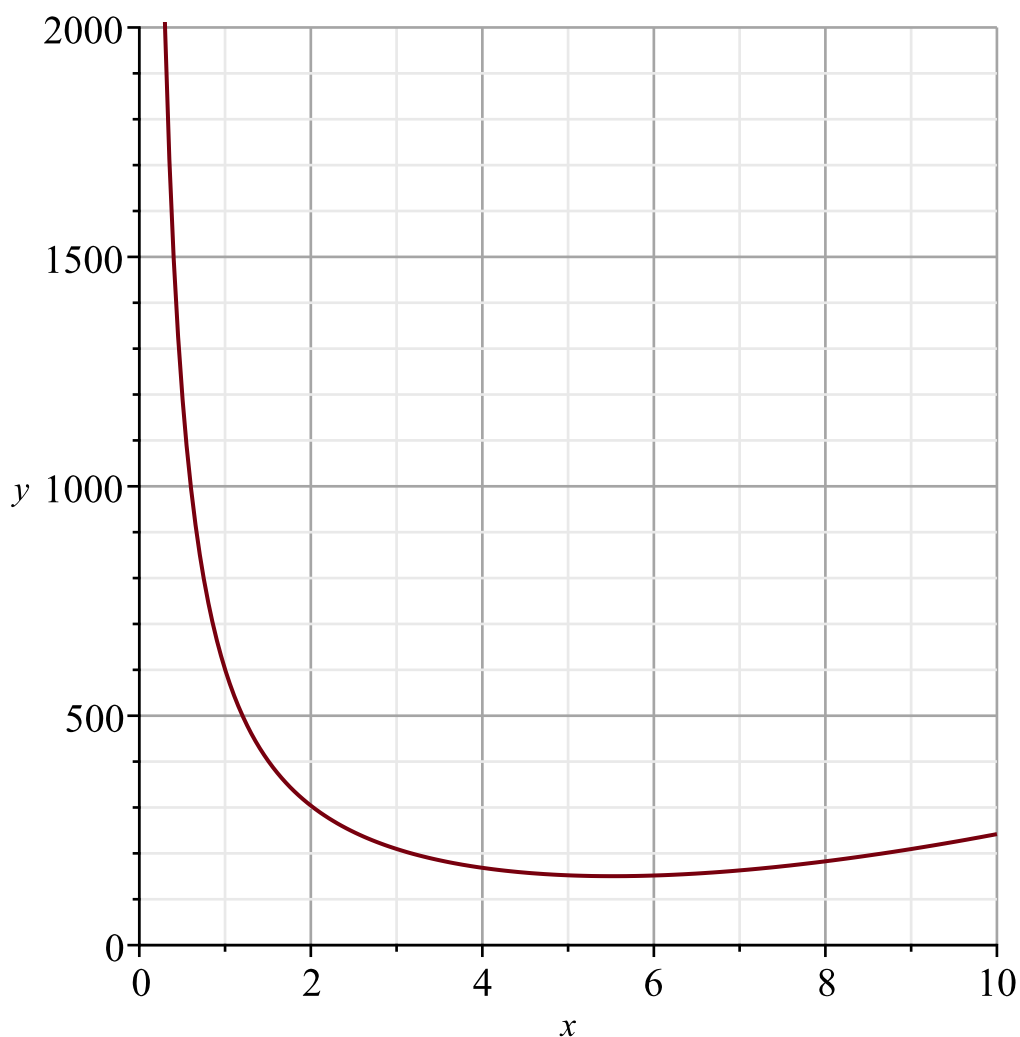
$$\text{Overflade} := \text{Bund} + \text{Trekant2} + \text{Bagside} + \text{Skrå} = x^2 + \frac{400}{x} + \sqrt{\frac{40000}{x^4} + x^2} \cdot x$$

$$\text{hvilket er den ønskede formel: } O(x) = x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{40000}{x^4}} + x^2 + \frac{400}{x}$$

b)

$$f(x) := x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{40000}{x^4}} + x^2 + \frac{400}{x} :$$

$$\text{plot}(f(x), x = 0 .. 10, y = 0 .. 2000, \text{gridlines})$$



```
minimize(f(x), x=0..10, location) : evalf(%) =
150.2754250, [{ {x=5.520395683}, 150.2754250}]
```

eller:

```
fsolve(f'(x) = 0, x=0..10) = 5.520395682
```

```
f'(2) : evalf(%) = -145.8001758
```

```
f'(8) : evalf(%) = 23.51628469
```

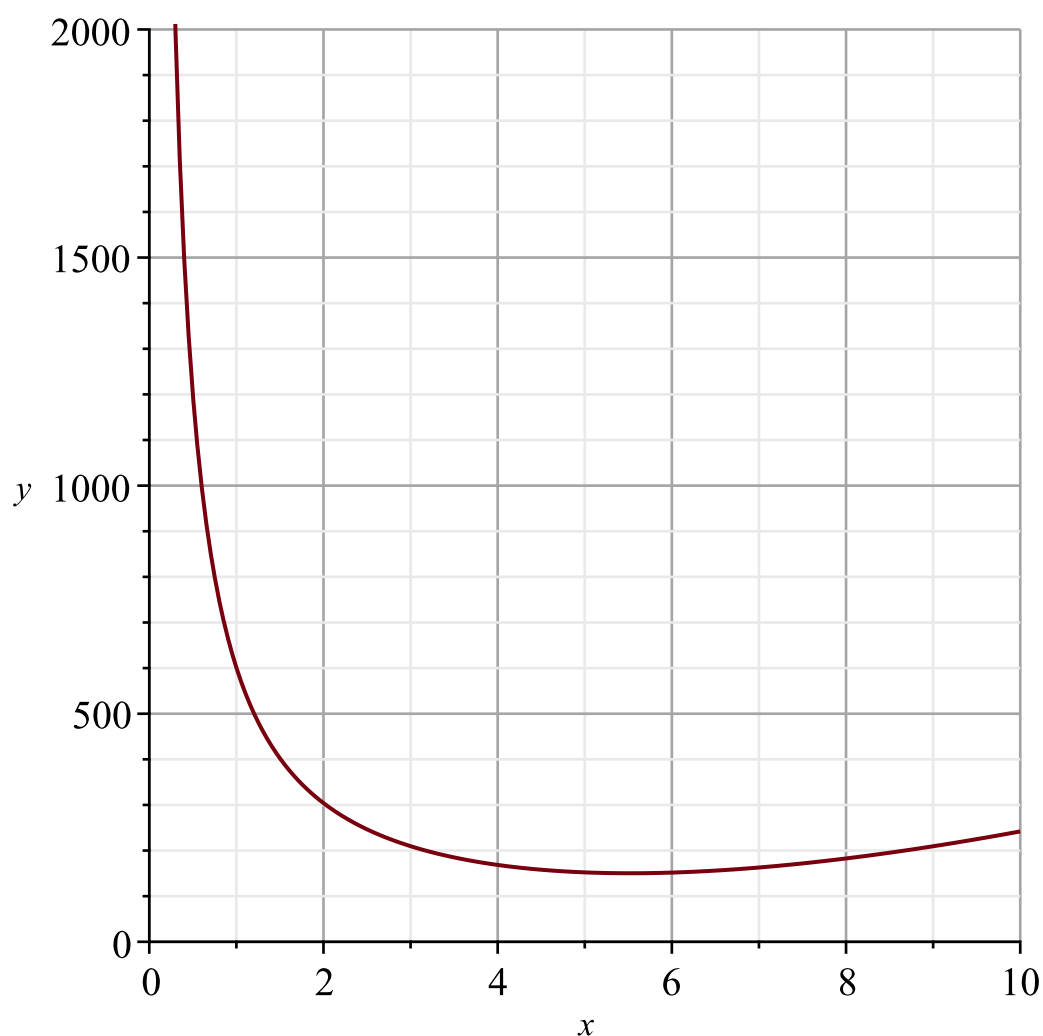
Dvs. overfladearealet af kilen aftager for  $0 < x \leq 5.52$  og vokser for  $5.52 \leq x < 10$ . Derfor er der et minimum i  $x \approx 5.52$ .

**Konklusion:** kilens overfladeareal er mindst, når  $x \approx 5.52$  cm

**FORKERT**

`unprotect('O')`

```
O(x) := x * sqrt(x^2 + 40000/x^4) + x^2 + 400/x :
plot(O(x), x=0..10, y=0..2000, gridlines)
```



**Grafen er tegnet korrekt, dvs. "plot" virker fint!**

```
minimize(O(x), x=0..10, location) : evalf(%) =
241.9803903, [{x=10.}, 241.9803903]
```

**Her går det galt med "minimize"-funktionen.**

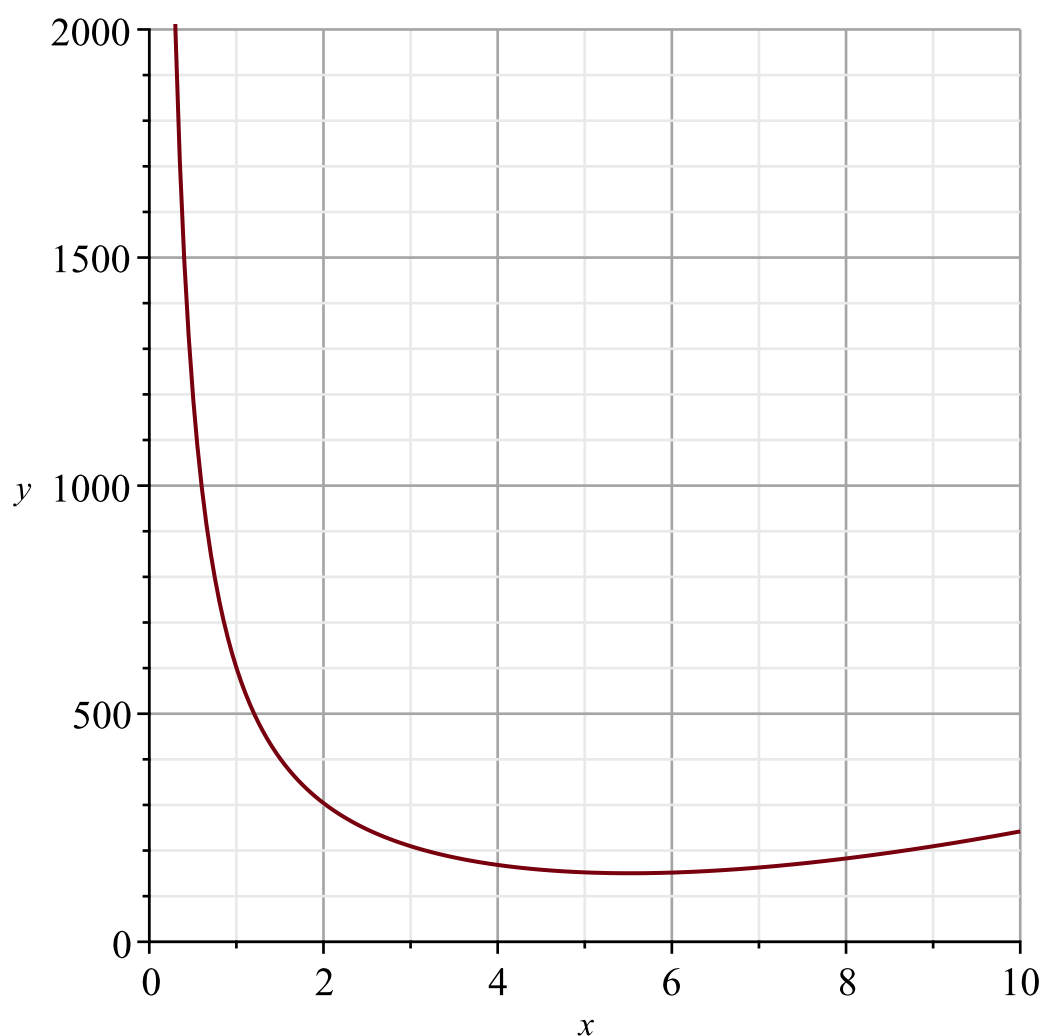
**Svaret er forkert - selv om grafen er korrekt !!!!!**

Der sker det samme med 'o' :

**unprotect('o')**

$$o(x) := x \cdot \sqrt{x^2 + \frac{40000}{x^4}} + x^2 + \frac{400}{x} :$$

```
plot(o(x), x=0..10, y=0..2000, gridlines)
```



```
minimize(o(x), x=0..10, location) : evalf(%) =  
241.9803903, {[{x=10.}, 241.9803903]}
```

**ADVARSEL: brug ALDRIG  
"unprotect" på system-  
variable som I, O, o, D !!!**