

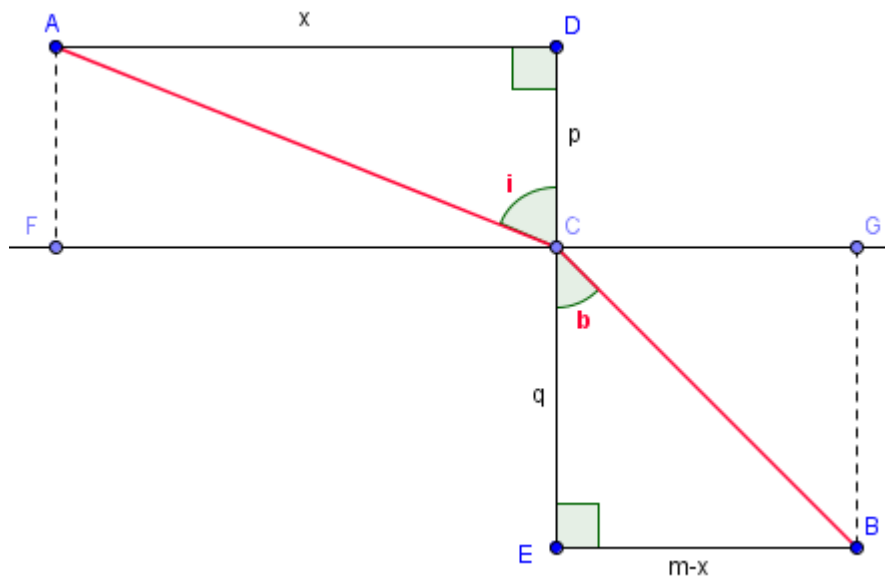
Projektopgave "Brydningsloven"

Denne opgave er en fortsættelse af afleveringsopgave nr. 13 fra 1g:

<http://steen.toft.joergensen.person.emu.dk/mat/20062007/1y/opgaver/bryd13.pdf>

I 1g løste vi opgaven ved brug af GeoGebra og TI-89.

Nu i 2g skal brydningsloven udledes ved differentiation!



Figuren ovenfor viser en lysstråle, som går fra A til B, og brydes undervejs ved C. I øverste medie (ovenfor FG linien) er lysets hastighed v_1 og i nederste medie v_2 .

Indfaldsvinklen kaldes i og brydningsvinklen b .

Afstandene har følgende symboler:

$$\begin{aligned} |FG| &= m && \text{(den vandrette afstand mellem A og B)} \\ |AD| &= x && \text{(vandrette afstand fra A til D)} \\ |BE| &= m - x && \text{(vandrette afstand fra B til E)} \\ |CD| &= p && \text{(lodrette afstand fra C til D)} \\ |CE| &= q && \text{(lodrette afstand fra C til E)} \end{aligned}$$

NB: x opfylder, at $0 < x < m$.

- 1) Opstil udtryk for $|AC|$ og for $|BC|$, udtrykt ved variablen x og konstanterne p , q og m .
- 2) Opstil udtryk for tiderne t_{AC} og t_{CB} , og for den samlede tid t , som lysstrålen bruger fra A til B.
- 3) Beregn nu $\frac{dt}{dx}$, og bestem nulpunkt for denne.
- 4) Vis at dette nulpunkt er et minimum, dvs. at $\frac{dt}{dx} < 0$ til venstre for nulpunktet, og $\frac{dt}{dx} > 0$ til højre for nulpunktet.
- 5) Opstil en formel for $\sin(i)$ og for $\sin(b)$ ved at betragte de 2 trekanter $\triangle ADC$ og $\triangle CEB$.
- 6) Bevis at stedet x , hvor t er minimum, netop opfylder brydningsloven: $\frac{\sin(i)}{\sin(b)} = \frac{v_1}{v_2}$

Konklusion: Hurtigste vej for lysstrålen er givet ved brydningsloven.