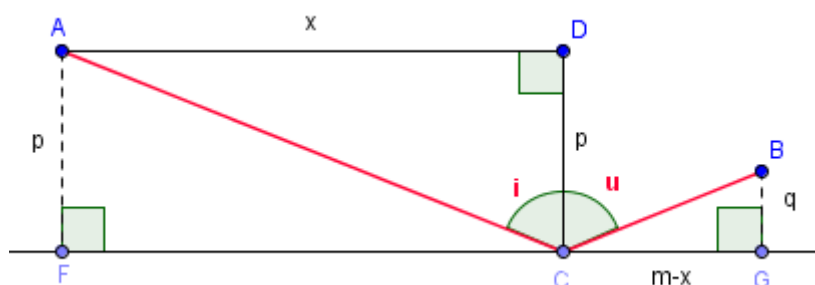


Opgave "Spejlingsloven" (med differentialregning)



Figuren ovenfor viser en lysstråle, som går fra A til B, hvor den spejles undervejs ved C.

Grundlinjen FG opfattes som et spejl.

Lysets hastighed v er ens i hele området ovenfor FG linien.

Indfaldsvinklen kaldes i og udfaldsvinklen u .

Afstandene har følgende symboler:

$ FG = m$	(den vandrette afstand mellem A og B)
$ AD = x$	(vandrette afstand fra A til D)
$ CG = m - x$	(vandrette afstand fra C til G)
$ CD = AF = p$	(lodrette afstand fra C til D = lodrette afstand fra A til F)
$ BG = q$	(lodrette afstand fra B til G)

NB: x opfylder, at $0 < x < m$.

1. Opstil udtryk for $|AC|$ og for $|BC|$, udtrykt ved variabelen x og konstanterne p , q og m .
2. Opstil udtryk for tiderne t_{AC} og t_{CB} , og for den samlede tid t , som lysstrålen bruger fra A til B.
3. Beregn nu $\frac{dt}{dx}$, og bestem nulpunkt for denne.
4. Vis at dette nulpunkt er et minimum, dvs. at $\frac{dt}{dx} < 0$ til venstre for nulpunktet, og $\frac{dt}{dx} > 0$ til højre for nulpunktet.
5. Opstil en formel for $\sin(i)$ og for $\sin(u)$ ved at betragte de 2 trekanter $\triangle ADC$ og $\triangle BCG$.
6. Bevis at stedet x , hvor t er minimum, netop opfylder spejlingsloven: $i = u$

Konklusion: Hurtigste vej for lysstrålen er givet ved spejlingsloven.