AFSTEMNINGSMETODER

- AFLØSNINGSOPGAVE I "SKOLEMATEMATIK"

FORÅR 1992

RUNE BECH LAUESEN

ÅRSKORTNR 880327

INDHOLDSFORTEGNELSE:

		side
1.	Indledning.	1
2.	Modelopbygning.	2
2.1.	Simpel afstemningsmetode.	2
2.2.	Parvis elimination.	3
2.3.	Condorcet's metode. (Kvalitetsmetoden)	4
2.4.	Simpel metode med opløb.	5
2.5.	Borda's metode.	5
2.6.	Black's metode.	7
2.7.	Om at stemme uærligt.	8
3.	En lidt anderledes model.	9
3.1.	Geometrisk repræsentation.	10
3.2.	Hypoteser.	10
3.3.	Modellens resultat.	11
4.	Afrunding.	13
5.	Litteraturliste.	14

1. INDLEDNING:

Overskriften "valg" rummer et utal af del-emner, der hver især indbyder til brug af forskellige matematiske modeller. For blot at nævne et par stykker: Afstemningsmetoder (f.eks. ved valg af en kandidat til en post), fordeling af mandater (forholdstalsvalg, hvor man måske endda vil sikre en bestemt gruppe indflydelse) og måling af stemmekraft i vægtede systemer (f.eks. har Det Radikale Venstre en reel stemmekraft, der langt overstiger deres mandattal).

Specielt de to sidstnævnte emner indbyder til konstruktion af meget "matematiske" modeller. Ikke desto mindre vil jeg her beskæftige mig med en matematisk mere simpel problemstilling; nemlig en afstemning, hvor ét forslag ud af flere skal vedtages.

Hertil er der flere grunde: 1) Emnet fascinerer mig, fordi man "normalt" betragter situationen som ukompliceret - vi møder den ofte i dagligdagen, f.eks. på en generalforsamling. Resultatet af en afstemning godtages umiddelbart, og kun de færreste tænker over, at ingen afstemningsmetode objektivt set er retfærdig. 2) Problemstillingen er grundlæggende i den forstand, at man skal kende afstemningsmetoden for f.eks. at kunne måle stemmekraft, ligesom der er foretaget en afstemning før mandater kan fordeles.

Jeg har ingen forkundskaber om emnet og forudsætter heller ingen af læseren. Derfor begynder jeg med "bunden af pyramiden". Den matematik, der involveres er yderst simpel - den indskrænker sig et langt stykke af vejen til en "matematisk / logisk" tankegang og fremgangsmåde. Afsnit 3 vil dog benytte bl.a. statistik og minimering af en funktion i flere variable.

Det er i øvrigt mit indtryk, at emnet rummer mange områder, der er yderst velegnede til undervisningsbrug.

KILDERNE til afsnit 2 er primært STRAFFIN og GLAVEN. Afsnit 3 bygger på RICE. (Se litteraturlisten.)

2. MODELOPBYGNING:

Vi har altså en forsamling, lad os sige n personer, der skal vælge ét blandt flere forslag, eller en formand udaf flere kandidater. Hvilket forslag er efter forsamlingens mening det bedste? Med mindre man efter en diskussion faktisk enes om ét, vil man forsøge at afgøre spørgsmålet ved en afstemning.

Som vi skal se, kan vi betragte selve stemmeafgivningen som modellens første fase, optællingsmetoden som den anden. Resultatet af afstemningen forventes altså at være det af forsamlingen foretrukne forslag.

Situationen er altså lidt speciel: Der er intet "rigtigt" svar, modellen kan ikke umiddelbart kontrolleres ved forsøg. Alligevel kan man pege på nogle krav, modellen med fordel bør opfylde for at være "retfærdig", og derefter vurdere i en konkret sag om disse krav er opfyldt. Samtidig har man interesse i en simpel model for forståelsens og anvendelighedens skyld. Paradoksalt nok lider to af de mest brugte afstemningsmetoder af åbenlyse mangler:

2.1 SIMPEL AFSTEMNINGSMETODE:

Hver person giver 1 stemme til sit foretrukne forslag. Forslaget med flest stemmer vinder. Metoden har den fordel, at den er let at forstå og administrere. Men man risikerer selvfølgelig at vælge et forslag med meget snævert flertal. Måske kunne man gøre flere nogenlunde tilfredse med et alternativt forslag. Fejlen er bl.a., at metoden ikke giver den enkelte mulighed for at give sin mening om alle forslagene til kende. Metoden opfylder desuden kun få af de kriterier, der stilles op i det følgende.

EKSEMPEL 1: 9 vælgere har følgende præferencer blandt 3 forslag:

3 stemmer	2 stemmer	4 stemmer	
a	b	c	
b	a	b	
c	c	a	(STRAFFIN s 20)

Den simple afstemningsmetode giver altså c som vinder, selv om et flertal (5 ud af 9) foretrækker enten a eller b frem for c. I praksis forsøger man ofte at forbedre metoden ved at stille krav om absolut eller kvalificeret flertal. (Dette kan dog tvinge vælgerne til at stemme imod deres reelle overbevisning for at få et forslag vedtaget.)

2.2 PARVIS ELIMINATION:

En anden ofte brugt metode er at reducere afstemningen til en række parvise afstemninger vha en "parlementarisk procedure": Man kan f.eks. gøre som her i eksempel 2:

EKSEMPEL 2: 3 vælgere har følgende præferencer blandt 4 forslag:

1	1	1	
a	c	b	
b	a	d	
d	b	c	
c	d	a	(STRAFFIN s. 19)

Først sammenlignes a & b: a vinder med 2 mod 1.

Dernæste sammenlignes a & c: c vinder - // -

Til slut sammenlignes c & d: d vinder, igen med 2 mod 1.

Dermed erklæres d for vinder, selvom d ikke har nogen høj placering på stemmesedlerne, og alle ville foretrække b for d. Rækkefølgen har altså alt for stor betydning for resultatet. Så selv om metoden faktisk opfylder mange af de kriterier, vi skal opstille i det følgende, må den nok anses for uacceptabel. Selv om man kan "reparere" lidt på metoden er dens mangler åbenlyse. I denne sammenhæng skal den blot lede til vort første krav til en fornuftig model:

PARETO KRITERIET: "Hvis alle vælgere foretrækker et alternativ x frem for y bør metoden ikke give y som vinder."

Det må påpeges, at den SIMPLE METODE opfylder dette kriterium.

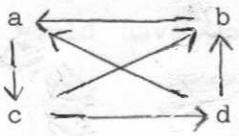
I det følgende vil jeg gennemgå nogle af de vigtigste alternative afstemningsmetoder. Disse vil igen give anledning til nogle kriterier, som en "retfærdig" metode bør opfylde. Jeg vil udelade de såkaldte "eliminationsmetoder" - ikke fordi de er specielt dårlige, men de er måske knapt så almindelige.

En meget fascinerende metode stammer tilbage fra 1785:

2.3 CONDORCET'S METODE (kvalitetsmetoden):

Vinderen er ganske enkelt det forslag, der vinder over alle andre i en indbyrdes parvis afstemning. I eksempel 1 kan vi opstille følgende skema:

b vinder altså over både a & c og er således vinder. (Den simple metode gav c som vinder). Desværre er der ofte ingen Condorcet vinder, f.eks. i eksempel 2:



Dette leder os til at opstille følgende to kriterier:

CONDORCET VINDER KRITERIET: "Hvis der findes en Condorcet vinder, bør metoden vælge denne som vinder."

CONDORCET TABER KRITERIET: "Hvis et forslag ville tabe til alle andre i en parvis afstemning, bør metoden ikke lade dette forslag vinde." (jvf eksempel 1.)

Den parvise eliminationsmetode opfylder faktisk disse krav, hvorimod eks. 1 viste, at den simple metode ikke opfylder dem. Man kan dog opfylde TABER-kriteriet ved at benytte følgende "forbedring" af den simple metode:

2.4 SIMPEL METODE MED OPLØB:

Dette vil blot sige, at der afholdes omvalg mellem de to forslag med højest stemmeantal. Dermed vil vinderen mindst have vundet det parvise opløb, og dermed er TABER-kriteriet opfyldt. Desværre har denne metode en meget alvorlig brist. Betragt følgende:

EKSEMPEL 3: 17 vælgere:

(STRAFFIN s 24)

6	5	4	2
a	c	b	b
b	a	c	a
c	b	a	c

Her vinder a og b i første omgang, og opløbet vindes af a med 11 stemmer mod 6. MEN: hvis nu de to sidste vælgere skifter mening mht. a og b og i stedet stemmer (a b c), så vil a og c få flest stemmer, men opløbet vindes af c med 9 mod 8. STRAFFIN nævner (side 24) en mulig avisoverskrift: "Candidate c won today, but if candidate a had received fewer first place votes, he would have won." Derfor må vi kræve følgende opfyldt:

MONOTONI-KRITERIET: "Hvis en metode giver x som vinder og én eller flere vælgere skifter mening til fordel for x, da bør x stadig være vinder."

Alle de øvrige metoder, jeg har nævnt, opfylder dette krav. Dette gælder derimod ikke for eliminationsmetoderne, som jeg altså har udeladt fra denne fremstilling.

2.5 BORDA'S METODE:

Dette er en anden vigtig model: Vælgeren skriver forslagene i prioriteret rækkefølge. Det nederste (dårligste) får da talværdien 0, det næste værdien 1 og så fremdeles. Det forslag, hvis talværdier sammenlagt er størst, er vinderen (1).

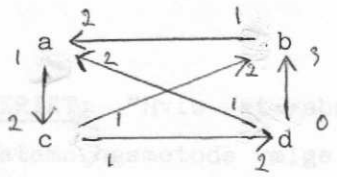
Et forslag x's sum delt med antal vælgere er lig det gennemsnitlige antal forslag under x. Dvs. vinderen er det forslag, der "gennemsnitligt"

(1): Glaven angiver, at det nederste får værdien 1, det næste 2 etc.

står højest. F.eks. i eksempel 2:

1	1	1
a 3	c 3	b 3
b 2	a 2	d 2
d 1	b 1	c 1
c 0	d 0	a 0

Her vinder b med en sum på 6, (a:5, c:4, d:3), svarende til, at b "gennemsnitligt" er placeret næstøverst. Metoden giver altså en løsning, der sikkert bredt kan accepteres. Hvis man betragter skemaet fra den parvise afstemning i eksempel 2, der ikke havde nogen Condorcet vinder



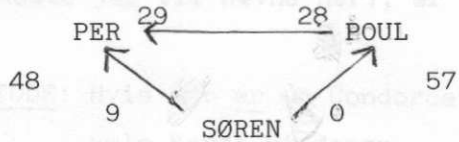
ser man, at b i alt ville få 3 + 2 + 1 = 6 stemmer, dvs. netop Borda summen. Borda vinderen er altså det forslag, der i en parvis afstemning totalt får flest stemmer.

Metoden opfylder PARETO-, CONDORCET TABER- og MONOTONI- kriterierne, men - desværre - <u>ikke</u> CONDORCET VINDER-kriteriet:

EKSEMPEL 4: 57 vælgere:
(Fordansket udgave af GLAVEN s 15)

Antal stemmer	29	19	9
	Per 2	Poul 2	Poul 2
	Poul 1	Per 1	Søren 1
	Søren 0	Søren 0	Per 0

Borda's metode giver her Per: 77, Poul: 85 og Søren:9, dvs Poul vinder. Condorcet's metode giver følgende:



Dvs PER vinder.

Selv om POUL tydeligvis er den bedste "kompromiskandidat" (ingen sidstepladser) viser eksemplet 2 ting: 1) Hvis de 9 vælgere ændrede mening mht. SØREN og PER, (således at de stemte Poul, Per, Søren), ville

Borda summen have været PER: 2*29 + 19 + 9 = 86

POUL: 29 + 2*19 + 2*9 = 85

SØREN: 0

Metoden tager altså væsentligt hensyn til SØREN og PERs indbyrdes forhold, selv om dette ikke burde afgøre om PER eller POUL burde vinde. Metoden tillader de 9 vælgere at "vægte" forskellen mellem Poul og Per højere end de øvrige vælgere har kunnet.

2) Per foretrækkes af et absolut flertal (29 af 57) af vælgerne. Metoden opfylder altså ikke følgende kriterium, (der er svagere end CONDORCET VINDER kriteriet:

ABSOLUT FLERTAL'S KRITERIET: "Hvis et absolut flertal af vælgerne foretrækker x, bør en afstemningsmetode vælge x som vinder."

Alle de øvrige metoder opfylder dette. Man kan i øvrigt forbedre metoden ved på forskellige måder at anvende graduerede points, men det vil jeg ikke komme ind på her.

Der er altså ikke så mange metoder, der opfylder Condorcet Vinder kriteriet - kun den parvise eliminationsmetode med alle dens øvrige mangler. Hvis man undersøger, hvor tit de faktisk vælger Condorcet-vinderen (hvis en sådan findes) får man følgende resultat (ved 21 vælgere, 4 alternativer):

SIMPLE METODE: 53 %

BORDA'S METODE: 83 % (1)

Desuden bliver Borda's metode bedre og den simple dårligere, hvis antallet af vælgere stiger. Man kan dog konstruere flere alternative metoder, der opfylder Condorcet Vinder kriteriet. En af de simpleste, (og derfor den eneste jeg vil nævne her), er følgende:

2.6 BLACK'S METODE: Hvis der er en Condorcet vinder - vælg den. Ellers vælg Borda vinderen.

Herved opfyldes alle de nævnte kriterier. Metoden er besnærende, fordi den vælger en "klar vinder" når en sådan findes, og ellers vælger en god kompromis-kandidat.

///

---

(1) Undersøgelsen er refereret af STRAFFIN på side 29.

Man kan opstille et "generaliseret Condorcet-kriterium" som Black's metode ikke opfylder:

SMITH'S GENERALISEREDE CONDORCET KRITERIUM: "Hvis forslagene kan deles i to grupper A og B, så at ethvert forslag fra A vinder over ethvert forslag fra B i en parvis afstemning, bør afstemningen ikke vælge et forslag fra B."

Tilfælde hvor Black ikke opfylder kriteriet er nok temmelig sjældne. Sjovt nok er det (blandt de her nævnte metoder) kun den parvise eliminationsmetode, der opfylder dette kriterium.

2.7 OM AT STEMME UÆRLIGT:

Alle de nævnte metoder har noget til fælles, nemlig at uærlig stemmeafgivning kan påvirke resultatet. Det er meget svært at tage hensyn til dette i modelopstillingen.

Den parvise eliminationsmetode "inviterer" til at stemme imod "farlige modstandere" på et tidligt tidspunkt i afstemningen - ligesom Borda's metode inviterer til at sætte modstandere nederst på listen (for nu at tage nogle oplagte eksempler).

I bilag 1 er der et skema over metodernes indbyrdes forhold til de opstillede kriterier.

3.0 EN LIDT ANDERLEDES MODEL:

Jeg vil nu gå over til en mere konkret situation, der på en måde tager udgangspunkt i en modificeret udgave af Borda's metode, men alligevel er væsentligt forskellig herfra (1). Situationen er ideelt følgende (modellens forudsætninger): En komite skal fordele en sum penge blandt (f.eks.) 3 lokaliteter. Komiteen har (f.eks.) 5 medlemmer, der hver har deres "bagland" i.e. specifikke interesser at varetage. (Det sidste forudsættes for at sikre konsistens i deres stemmeafgivning.) Der opstilles en række forslag til fordeling af pengene. Komiteen skal nu afgøre, hvilket forslag der er bedst. Dette kan altså gøres vha. en af de førnævnte metoder. I denne model gøres følgende:

Hver person opskriver en liste over forslagene i rækkefølge fra "bedst" til "værst". Vi kan beskrive dette således: De n forslag kaldes $a_1 \ldots\ldots a_n$. Opskrivningen i rækkefølge kan gøres indenfor rammerne af en PARTIELT ORDNET MÆNGDE (2). I praksis betyder det blot følgende:

$a_j \leq a_k$ betyder a_j er "ikke dårligere" end a_k

$a_j \leq a_k \leq a_j \Rightarrow a_j = a_k$

(Det sidste betyder netop, at personen kun skriver "a_j er ikke dårligere end a_k og a_k er ikke dårligere end a_j " hvis han faktisk mener de er lige gode.)

Til en sådan ordnet følge af forslag tilordner vi nu tal, således at det bedste forslag får lavest tal, lige gode forslag får lige store tal. Dette tal kaldes forslagets "TAB" ("loss"). (Dette er altså "omvendt" af Borda's metode - principielt er det selvfølgelig ligegyldigt, men i denne model er det mest praktisk således. Man kan tænke på det som a_j "kommer før" a_k).

Vi tillader fuldstændig frit valg af tal, f.eks.

$$a_4 \leq a_1 \lesseqgtr a_2 \leq a_3$$

$$-1 \leq 0 = 0 \leq \pi$$

---

(1) Det følgende bygger på RICE (kap 12 i "Political and Related Models")

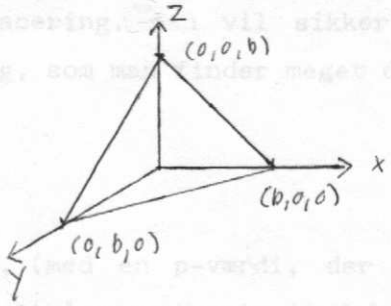
(2) Se RICE side 325 for detaljer.

Sammenhængen mellem forslaget og dets "tab" kan udtrykkes i "tabsfunktionen" f_i for den i'te person:

$$f_i(a_1) = 0$$
$$f_i(a_2) = 0$$
$$f_i(a_3) = \pi$$
$$f_i(a_4) = -1$$

3.1 GEOMETRISK REPRÆSENTATION:

Som grundlag for modellen (og intuitiv "hjælp") opstiller vi følgende: Hvis de tre lokaliteter nummereres 1, 2, 3 så er et forslag på formen (x_1 , x_2 , x_3), hvor x_i er den sum penge, der tildeles den i'te lokalitet. Hvis der i alt er b (kroner) til rådighed er $x_1 + x_2 + x_3 = b$. Alle forslag kan derfor repræsenteres ved et punkt i trekanten



3.2 HYPOTESER:

Vi kan nu opstille følgende hypotese: "Funktionen $d_i(a_j)$ = (den euklidiske afstand fra forslaget a_j til i's foretrukne forslag) er en "tabsfunktion" for den i'te person."

Om hypotesen kan accepteres eller ej afhænger altså af afstemningen (1). Ifølge min kilde kan hypotesen sandsynligvis ikke accepteres. En mulig forbedring er at tage hensyn til "menneskelige fejl." Vores hypotese siger, at hvis $d_i(a_2) < d_i(a_1)$ så vil person i sætte a_2 over a_1. Men, hvis a_1 og a_2 er næsten ens tager personen måske fejl og sætter a_1 over a_2. (Vi antager altså her, at rækkefølgen givet ved afstand er den "korrekte". Dette er måske ikke rigtigt, hvis personen f.eks. synes, at én lokalitet er langt vigtigere end en anden).

Hvis der er m alternativer foretages der altså m-1 = M parvise sammenligninger når forslagene skrives i rækkefølge. Vi opstiller da følgende:

---

(1): Jeg går ud fra, at hypotesen accepteres, hvis resultaterne stemmer overens "relativt" - der var jo frit valg ved tal-tilforordningen.

HYPOTESE H_p: I sammenligningen af to forslag vil en person sætte det forslag øverst, der geometrisk har mindst afstand til hans ideale forslag, med sandsynligheden p.

Sandsynligheden under H_p for at lave c "fejl" er altså

$$P(\text{ antal fejl} = c) = P(\text{antal rigtige} = M \div c) = \binom{M}{M \div c} p^{M \div c} (1 \div p)^c$$

Man kan nu enten gætte på et passende p eller ideelt udregne p på basis af et andet forsøg, og derefter teste H_p ud fra data (ved at sammenligne det faktiske antal fejl med det beregnede). Jeg vil ikke komme nærmere ind på dette - blot nævne, at man sikkert bør bruge et rimeligt stort konfidensinterval eftersom forsøget benytter mennesker. Min kilde nævner 0,75 som en mulig værdi for p.

Hypotesen har bl.a. den mangel, at p er uafhængig af, hvor "tæt" a_j er på den ideelle placering. Man vil sikkert være mindre kritisk med rækkefølgen af forslag, som man finder meget dårlige.

3.3 MODELLENS RESULTAT:

Hvis vi accepterer H , (med en p-værdi, der er tilstrækkelig (dvs. acceptabel) stor) har vi altså accepteret, at $d_i(a_j)$ er den i'te persons "virkelige" prioritering af forslagene (1). Lad nu personernes foretrukne forslag være $P = (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3})$ (2). Under H_p er den i'te tabsfunktion altså

$$d_i(P) = \sqrt{(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2 + (x_3 - a_{i3})^2}$$

hvor $P = (x_1, x_2, x_3)$ er et (vilkårligt) forslag.

$d_i(P)$ måler altså i's "misfornøjelse" med forslaget P. Man kan da måle komiteens samlede holdning til P vha.

$$f(P) = d_1^2(P) + d_2^2(P) + \ldots + d_m^2(P) \qquad m=5 \text{ (antal vælgere)}$$

Herved har vi gjort tre ting: 1) Hver person er repræsenteret med lige stor vægt. 2) Ved at benytte $d_i^2(P)$ i stedet for $d_i(P)$ antager vi, at en persons "misfornøjelse" med et forslag stiger, jo længere det er væk fra hans ideale forslag.

---

(1): Således forstår jeg i hvert fald kilden.
(2): Det kan selvfølgelig umiddelbart udvides til $\mathbb{R}^n$

3) Dette punkt er mere kritisabelt: Hvis P f.eks. er tættere på P_1 end på P_2, så vil en <u>lille ændring</u> i P resultere i en <u>mindre</u> ændring i $d_1^2(P)$ end i $d_2^2(P)$. Sagt anderledes, så får funktionens absolutte værdi pludselig betydning. Modellen gør person 2 mere følsom overfor ændringer i P's placering end person 1. Dette må siges at være lidt uheldigt.

Tilbage er der nu kun følgende: Et fornuftigt vinderforslag kunne være det punkt, der minimerer f(P). Dette kan vi finde ved at sætte de partielle afledede lig 0:

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = 2(x_j \div a_{1j}) + 2(x_j \div a_{2j}) + \ldots + 2(x_j \div a_{mj}) = 0$$

$$mx_j = a_{1j} + \ldots + a_{mj}$$

$$x_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} a_{ij}$$

Minimum findes altså i $\hat{P} = (x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(a_{i1}\ a_{i2}\ a_{i3})$

$$= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} P_i$$

$\hat{P}$ er altså gennemsnittet af de foretrukne forslag og dermed et kompromis, man måske godt kunne have gættet sig til på forhånd.

Så vidt jeg kan se, vil metoden have nøjagtig de samme mangler som Borda's metode, nemlig ikke at opfylde Condorcet Vinder- og Absolut Flertals-kriteriet. Metoden bør således kun bruges, når man på forhånd accepterer, at flertallets ønske ikke skal respekteres, hvis dette er meget upopulært hos mindretallet. Også mht. muligheden for at stemme uærligt ligner den Borda's metode. Det afgørende nye i modellen er da også den statistiske testning og den deraf følgende "kontrol" af stemmesedlerne; og samtidig giver den nogle rent <u>matematiske</u> begrundelser for, hvorfor vinderen netop bør være $\hat{P}$.

4. AFRUNDING:

Det skulle hermed være klart, at ingen afstemningsmetoder er fejlfrie, men nogle er dog bedre end andre. Inden en afstemning foretages, bør man gøre sig klart, hvilke kriterier man ønsker opfyldt. Måske er et "kompromis-forslag" ikke altid lige velegnet, hvis en stor del af vælgerne dermed bliver jævnt utilfredse.

Som matematiske modeller betragtet er de alle normative, dvs. de kan udlukkende bedømmes efter om vi accepterer modellens resultat - det kan ikke kontrolleres ved forsøg. Dette er typisk for mange socialvidenskabelige modeller. Den menneskelige faktor giver desuden "automatisk" en stor usikkerhed.

Måske ligger modellernes største styrke derfor i den forståelse af beslutningsprocesserne, som vi opnår.

5. LITTERATURLISTE:

GLAVEN, FREDERIK: "Om metoder for afstemning og valg."
Dansk Videnskabs Forlag A/S,
København, 1955.

STRAFFIN Jr., PHILIP D.: "Topics in the Theory of Voting."
Birkhäuser,
Boston / Basel / Stuttgart, 1980.

BRAMS, STEVEN J.,
LUCAS, WILLIAM F.,
STRAFFIN Jr., PHILIP D. (eds.): "Political and Related Models."
Springer-Verlag,
New York / Heidelberg / Berlin, 1983. (2. ed.)

I den sidstnævnte har jeg specielt anvendt kapitel 12:
RICE, PETER: "Committee Decision Making."

BILAG: Side 35 fra "Topics in the Theory of Voting."

TABLE 2.1

AXIOMATICS EVALUATION OF VOTING RULES

CRITERIA	VOTING RULES								
	Sequential pairwise	Plurality	Plurality with runoff	Hare	Coombs	Borda Count	Black	Nanson	Copeland
Pareto	NO	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Monotonicity	YES	YES	NO	NO	NO	YES	YES	NO	YES
Condorcet criteria: Condorcet loser	YES	NO	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Condorcet criteria: Majority	YES	YES	YES	YES	YES	NO	YES	YES	YES
Condorcet criteria: Condorcet winner	YES	NO	NO	NO	NO	NO	YES	YES	YES
Condorcet criteria: Smith	YES	NO	NO	NO	NO	NO	NO	YES	YES
Remarks	Agenda effect				Usually chooses Condorcet winner		Violations of Smith rare		More likely to produce ties

TABLE 2.1

AXIOMATICS EVALUATION OF VOTING RULES

CRITERIA	VOTING RULES								
	Sequential pairwise	Plurality	Plurality with runoff	Hare	Coombs	Borda Count	Black	Nanson	Copeland
Pareto	NO	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Monotonicity	YES	YES	NO	NO	NO	YES	YES	NO	YES
Condorcet criteria: Condorcet loser	YES	NO	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Condorcet criteria: Majority	YES	YES	YES	YES	YES	NO	YES	YES	YES
Condorcet criteria: Condorcet winner	YES	NO	NO	NO	NO	NO	YES	YES	YES
Condorcet criteria: Smith	YES	NO	NO	NO	NO	NO	NO	YES	YES
Remarks	Agenda effect				Usually chooses Condorcet winner		Violations of Smith rare		More likely to produce ties